

Ingeniería en Tenologías de Telecomunicación  
2022-2023

*Trabajo de Fin de Grado*

“Estudio comparativo de prestaciones  
entre comunicaciones Clásicas y  
Cuánticas”

---

Marta Pacios Rodríguez

Luis Enrique García Muñoz  
Leganés, 2023



Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons **Reconocimiento - No Comercial - Sin Obra Derivada**



# DEDICACIÓN



# ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN. . . . .	1
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Resumen . . . . .	2
1.3. Objetivo . . . . .	4
2. DESARROLLO . . . . .	5
2.1. Principios de Mecánica cuántica . . . . .	5
2.1.1. Introducción . . . . .	5
2.1.2. Los Operadores Lineales . . . . .	5
2.1.3. Los Principios . . . . .	12
2.1.4. Operadores de Spin . . . . .	13
2.1.5. Operadores de 3 vectores . . . . .	15
2.1.6. El principio de polarización de espín. . . . .	16
2.2. Óptica Cuántica: Introducción . . . . .	18
2.2.1. Teoría cuántica . . . . .	18
2.3. Teoría cuántica de la luz. . . . .	23
2.3.1. La luz en los medios de comunicación. . . . .	23
2.3.2. Conmutador cuántico . . . . .	23
2.3.3. Los Modos de la luz . . . . .	24
2.3.4. Energía de punto cero y Fuerza de Casimir . . . . .	27
2.4. Los estados cuánticos simples de la luz . . . . .	29
2.4.1. El oscilador electromagnético. . . . .	29
2.4.2. Estados monomodo . . . . .	30
2.4.3. Incertidumbre y presión . . . . .	40
2.5. Principales Tecnologías utilizadas en comunicaciones cuánticas . . . . .	46
2.5.1. Introducción . . . . .	46
2.5.2. Comunicaciones seguras. . . . .	48
2.5.3. Sensores cuánticos . . . . .	51
2.5.4. Simulación cuántica . . . . .	56

2.5.5. Computación Cuántica. . . . .	59
3. APLICACIONES FUTURAS TECNOLOGÍAS CUÁNTICAS . . . . .	62
4. CONCLUSIONES . . . . .	63
BIBLIOGRAFÍA . . . . .	64



## ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	El procedimiento de Gram-Schmidt [2]. . . . .	11
2.2	Ruido en el Vacío [3]. . . . .	33
2.3	Estados de Fock [3]. . . . .	35
2.4	Estado Coherente [3]. . . . .	39
2.5	Ruido de cuadratura de un vacío comprimido [3]. . . . .	42
2.6	Estado de Amplitud Comprimida en Cuadratura q (Posición) [3]. . . . .	43
2.7	Distribución Cuántica de Claves [22]. . . . .	49
2.8	Sensor Cuántico - Radiación sintéticamente Activa [25]. . . . .	51
2.9	Fusión Tradicional de los Datos [26]. . . . .	52
2.10	Fusión Cuántica de los Datos [26]. . . . .	52
2.11	Fusión de Datos Cuánticos [26]. . . . .	53
2.12	Fusión Extendida de Datos Cuánticos [26]. . . . .	54
2.13	Atos Quantum Learning Machine (QLM) [29]. . . . .	57
2.14	Computación Cuántica-Investigación fármacos [31]. . . . .	59





# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Motivación

En la actualidad, las comunicaciones desempeñan un papel fundamental en la sociedad. La forma en la cual las personas se comunican ha evolucionado de manera significativa a lo largo de los años, desde los primeros sistemas de transmisión de información hasta las modernas redes de telecomunicaciones y el acceso a Internet. A medida que se van produciendo avances en el ámbito digital y de las telecomunicaciones, va surgiendo la necesidad de explorar nuevas tecnologías que mejoren la eficiencia, la seguridad y la capacidad de establecer nuevas vías de comunicación.

El mundo y las comunicaciones cuánticas es un campo que se cuenta en auge actualmente. Por este motivo, resulta de gran interés realizar un estudio sobre la evolución de la rama de la física cuántica. Además, despierta una atracción considerable, la realización de una comparación entre las ventajas de las comunicaciones clásicas y cuánticas. De esta forma, será mucho más sencillo analizar los avances proporcionados y la inmensidad de alternativas existentes en el universo cuántico.

## 1.2. Resumen

La mecánica cuántica es una teoría fundamental en el campo de la física. Es la ciencia que realiza el estudio de las partículas subatómicas y de los átomos [1].

En primer lugar, se introducirán los principios de la mecánica cuántica [2]. A diferencia de la física clásica, la física cuántica establece su base en leyes deterministas y predecibles. Además, describe el comportamiento de las partículas subatómicas de una forma probabilística y a través de teorías ondulatorias.

Los principios de la mecánica cuántica explican el comportamiento de las partículas subatómicas. Estos principios se desarrollan a través de la incertidumbre, la superposición y el entrelazamiento cuántico.

Asimismo, se tratarán herramientas matemáticas muy útiles en física cuántica como es el caso de los operadores lineales o los operadores hermitianos.

A continuación, se examinará en profundidad la óptica cuántica [3], que se centra en el estudio de la interacción entre la luz y la materia a nivel cuántico. Se analizarán los fenómenos ópticos cuánticos, como la interferencia y el entrelazamiento cuántico. Es de gran relevancia, entender conceptos como el conmutador cuántico o la energía de punto Cero y la Fuerza de Casimir, así como el papel que desempeña la luz en los medios de comunicación.

Respecto a la importancia de la luz en los medios de comunicación cabe destacar, que desde el desarrollo de este tipo de medios hasta la actualidad, ha sido muy útil a la hora de transmitir información o difundir conocimientos.

Por otra parte, después de haber introducido los conocimientos esenciales de la física cuántica con sus correspondientes expresiones y desarrollos matemáticos, se realizarán diferentes simulaciones en matlab sobre los estados cuánticos simples de la luz [3].

Profundizando en las simulaciones mencionadas, será representado el ruido en el vacío, los estados de Fock, el estado coherente de la luz, la representación del ruido de cuadratura de un vacío comprimido y el estado de amplitud comprimida en la cuadratura  $q$ .

Las cuadraturas  $q$  y  $p$  son conceptos fundamentales en la teoría cuántica de la luz que describen los grados de libertad asociados a cada modo de luz individual. Estas cuadraturas representan las posiciones y los momentos del campo electromagnético en el espacio y proporcionan una medida de las variaciones del estado cuántico del campo.

Las cuadraturas mencionadas, además, son observables y pueden fluctuar debido a la naturaleza probabilística de los estados cuánticos. Estas fluctuaciones están íntimamente relacionadas con el principio de incertidumbre de Heisenberg, que establece que no se pueden conocer con precisión y de forma simultánea la posición y el momento de una partícula.

Respecto a las gráficas realizadas en Matlab, en el caso de la representación del ruido en el vacío, se llevó a cabo una simulación mediante la medición de la cuadratura de posición  $q$  de la luz en el estado de vacío utilizando detección homodina. La detección homodina [4] es una técnica que se utiliza de forma habitual en óptica cuántica para realizar medidas tanto de fase como de amplitud de un campo electromagnético.

Los estados de Fock [5], por su parte, son un concepto fundamental en la teoría cuántica de la luz, además desempeñan un papel muy importante, a la hora de la comprensión de los fenómenos cuánticos asociados a los campos electromagnéticos. Los estados de Fock son los estados cuánticos más básicos que existen, que representan los diferentes números de fotones. La representación de estos estados depende del número de fotones como es lógico. Pueden ser representados desde 0 hasta infinitos fotones.

Por otro lado, el estado coherente de la luz, es un estado cuántico que tiene una amplitud de onda concreta y fluctuaciones espontáneas y aleatorias del campos electromagnético. Para la representación de este estado, se realizan unas mediciones de cuadratura iniciales  $p_0$  y  $q_0$  del estado coherente utilizando de nuevo detección homodina.

Además, también se ha incluido la representación del ruido de cuadratura de un vacío comprimido, una vez más basada en detección homodina. Esta simulación consiste en la generación de la distribución de probabilidad de las medidas tomadas de la cuadratura. En esta gráfica se observará la diferencia con el vacío no comprimido, ya que se ve claramente una disminución de las variaciones anteriormente descritas.

La última representación realizada es la de el estado de amplitud comprimida en la cuadratura  $q$ , la cuál solo tiene una diferencia con la gráfica mencionada anteriormente, el parámetro de compresión en este caso, depende de los parámetros de compresión de la fase y la amplitud.

Una vez realizadas las simulaciones y habiendo explicado de una forma minuciosa los conceptos más importantes de la óptica cuántica, se procederá a introducir las comunicaciones cuánticas dotadas con mayores prestaciones de cara a un futuro.

En última instancia, se realizará una comparación entre las prestaciones ofrecidas por las comunicaciones clásicas y las prestaciones ofrecidas por las comunicaciones cuánticas. Se analizarán detalladamente las ventajas y los inconvenientes que presentan cada uno de los tipos de comunicaciones y la seguridad proporcionada por las mismas. Además, se explorarán, las aplicaciones prácticas presentes y futuras que pueden ser llevadas a cabo a través de las comunicaciones cuánticas.

Estas aplicaciones van más allá de la transmisión de información y la criptografía cuántica. También será de gran relevancia destacar los avances que producirán en el área de la medicina, la inteligencia artificial, o la seguridad de las comunicaciones.

Con todo esto, no se debe dejar a un lado la transcendencia de las comunicaciones clásicas basadas de la misma forma en los principios de los campos electromagnéticos, que han permitido acciones ahora consideradas muy sencillas como pueden ser las señales analógicas o digitales o incluso, la voz. Este tipo de comunicaciones también ha conseguido su propia evolución a lo largo del tiempo y han sido un pilar fundamental para el desarrollo de tecnologías como la televisión, la radio o la telefonía móvil.

### **1.3. Objetivo**

El objetivo principal es fundamentar y justificar de una forma razonada la importancia y las aportaciones que son capaces de realizar las tecnologías cuánticas.

Actualmente, este tipo de tecnologías aún se encuentran en pleno desarrollo, pero gracias a los avances que van surgiendo día tras día en investigación, es muy probable en un futuro no muy lejano desempeñen un papel fundamental en nuestra vida cotidiana.

Las comunicaciones cuánticas están desputando como una nueva área de investigación respecto a las comunicaciones clásicas, ya que disponen de la capacidad para proporcionar un mayor nivel de seguridad y una velocidad notablemente superior.

Las simulaciones sobre los estados cuánticos de la luz, han sido realizadas con el propósito de establecer un contexto, y para complementar y fundamentar la importancia del mundo cuántico y las aplicaciones futuras de estas tecnologías.

Una vez realizado el estudio de las tecnologías cuánticas en profundidad, se ha realizado como conclusión final, un estudio comparativo entre las prestaciones con las que ya se cuenta en la vida cotidiana, que son las proporcionadas por las comunicaciones clásicas y las prestaciones que serán capaces de generar en un futuro cercano los sistemas tecnológicos cuánticos.

## 2. DESARROLLO

### 2.1. Principios de Mecánica cuántica

#### 2.1.1. Introducción

La mecánica cuántica [6] es la rama de la física encargada del estudio del comportamiento de los objetos a nivel subatómico (moléculas y átomos). Se distingue por su naturaleza probabilística y no determinista.

El nivel subatómico es la escala más pequeña en la que se pueden medir las partículas fundamentales que conforman la materia.

Por lo tanto, la mecánica cuántica, nos indica como se comportan las partículas subatómicas, como los electrones, los protones y los neutrones.

Del mismo modo, los Principios de la Mecánica Cuántica son las reglas fundamentales que describen perfectamente el comportamiento de las partículas subatómicas en el universo de la física cuántica.

Además, el principio de incertidumbre de Heisenberg [7] indica que no se puede predecir lo que va a ocurrir.

Los principios más importantes de la mecánica cuántica son: El principio de incertidumbre de Heisenberg, el principio de Complementariedad de Bohr y la Ecuación de Schrödinger.

#### 2.1.2. Los Operadores Lineales

En mecánica cuántica, un operador lineal [2] es una herramienta matemática que se utiliza para describir el comportamiento de las partículas subatómicas. Este tipo de operadores actúan concretamente sobre las funciones de onda. Las funciones de onda son representadas mediante expresiones matemáticas y son utilizadas para expresar un estado cuántico de una partícula subatómica.

Gracias a las funciones de onda, es posible calcular tanto la posición, como la energía o el momento, de una partícula concreta.

### Máquinas y matrices

Los estados en mecánica cuántica se describen matemáticamente como vectores inmersos en un espacio vectorial. Un espacio vectorial, está formado por un conjunto de vectores, que tienen diferentes propiedades, pueden ser sumados y multiplicados por un número escalar.

Por otra parte, los observables físicos, que son las propiedades de un sistema que se pueden medir, son representados mediante operadores lineales hermitianos y lineales. Un ope-

radador hermitiano [8] garantiza que los autovalores de un vector son siempre reales y los autovectores siempre ortogonales.

Para explicar el comportamiento de los operadores lineales [2], Susskind, propuso la una idea: imaginó una máquina con dos puertos, por la entrada, se introducía un vector  $|A \rangle$  y esta entrada producía un vector de salida  $|B \rangle$ . La máquina era un operador lineal representado por la letra M:

$$M|A \rangle = |B \rangle \quad [2] \quad (2.1)$$

Esta explicación no quiere decir que todas las máquinas sean operadores lineales. Para que sean operadores lineales deben cumplir las propiedades que se irán mencionando a continuación.

La siguiente propiedad a tener en cuenta indica que en el momento en que un número escalar actúa sobre un vector de entrada  $|A \rangle$  a la salida se produce el mismo múltiplo del vector de salida:

$$Mz|A \rangle = z|B \rangle \quad [2] \quad (2.2)$$

Y con la suma ocurre exactamente lo mismo, los resultados simplemente se suman:

$$M(|A \rangle + |B \rangle) = M|A \rangle + M|B \rangle \quad [2] \quad (2.3)$$

Por otra parte, para proporcionar una representación concreta de los operadores lineales, utilizamos la representación fila-columna de los vectores bra y ket.

La notación bra-ket de Dirac [9] utiliza como bra, un vector fila,  $\langle j|$ , y como ket,  $|j \rangle$ , un vector columna. Estos vectores son utilizados principalmente para representar vectores en el espacio de Hilbert [10], que es el espacio matemático para describir estados cuánticos. Si utilizamos la ecuación anterior:

$$M|A \rangle = |B \rangle \quad [2] \quad (2.4)$$

y se escribe en función de sus componentes, se obtiene un vector ket  $|A \rangle$  como un sumatorio sobre los vectores base:

$$|A \rangle = \sum_j \alpha_j |j \rangle \quad [2] \quad (2.5)$$

Ahora se realiza exactamente lo mismo que hemos hecho con el vector  $|A \rangle$  con el vector  $|B \rangle$ . Después se introducen ambos resultados en la primera ecuación y concluye en la siguiente expresión matemática:

$$\sum_j M|j \rangle \alpha_j = \sum_j \beta_j |j \rangle \quad [2] \quad (2.6)$$

Por último se hace uso del producto interior, el cual se define como la suma de los productos de los elementos correspondientes a los vectores bra-ket. Se toma el producto interior a ambos lados de la ecuación con un vector base  $\langle k|$ . El resultado obtenido es el siguiente:

$$\sum_j \langle k|M|j \rangle \alpha_j = \sum_j \beta_j \langle k|j \rangle \quad [2] \quad (2.7)$$

Es importante tener en cuenta un par de propiedades del producto interior [2], en el caso de que  $k$  y  $j$  no fueran iguales, el producto interior entre ellas sería 0. En el caso contrario, el producto interior sería 1. Es por este motivo concreto, que la parte derecha de la ecuación termina siendo  $\beta_k$ .

Ahora se va a analizar el lado izquierdo de la última ecuación. El operador lineal  $M$  se puede representar como una matriz cuadrada de dimensiones  $N \times N$ . Cada elemento que conforma esta matriz será denotado como  $m_{kj}$ , donde  $k$  y  $j$  indican la fila y la columna, respectivamente. Cabe destacar que estos elementos son números complejos. Si las dimensiones de la matriz fueran  $3 \times 3$ ,  $M$  tendría la siguiente expresión:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} [2] \quad (2.8)$$

Ahora se sustituirá la nomenclatura bra-ket en la ecuación inicial:

$$\sum_j m_{kj} \alpha_j = \beta_k [2] \quad (2.9)$$

Por lo que la expresión matricial quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} [2] \quad (2.10)$$

La representación de vectores y operadores lineales mediante matrices y componentes tiene ciertas ventajas e inconvenientes. Dentro de las ventajas, se puede encontrar la capacidad de realizar cálculos explícitos, pero también tiene limitaciones, ya que depende de la elección de una base específica y puede ocultar las relaciones subyacentes entre los vectores y operadores.

### Autovalores y Autovectores

Si un operador lineal actúa sobre un vector dado, este operador tiene la capacidad de cambiar la dirección del vector. En ciertos casos, el vector sale de la máquina con la misma dirección después de que haya actuado el operador lineal. En estas situaciones especiales, los vectores se denominan autovectores. Por otra parte, los autovalores se definen matemáticamente de la siguiente forma:

$$M|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle [2] \quad (2.11)$$

En esta expresión  $\lambda$  se utiliza de dos maneras: para representar el autovalor (el operador), que normalmente es un número complejo, y para denotar el autovector, que es un vector ket como se puede observar en la expresión matemática anterior.

Por otro lado, los operadores lineales también pueden actuar como vectores bra. Su representación matemática sería la siguiente:

$$\langle B|M[2] \quad (2.12)$$

Es de gran relevancia tener en cuenta que los vectores bra se representan como vectores fila:

$$\langle B| = (\beta_1^* \ \beta_2^* \ \beta_3^*)[2] \quad (2.13)$$

Por lo tanto, siguiendo la ecuación anterior, si este vector se multiplica por la matriz M, se obtiene la expresión siguiente:

$$\langle B| = (\beta_1^* \ \beta_2^* \ \beta_3^*) \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} [2] \quad (2.14)$$

### La Conjugación Hermítica

La conjugación hermítica proviene de la idea errónea, de la ecuación  $M|A \rangle = |B \rangle$  [2] entonces  $\langle A|M = \langle B|$  [2]. Sin embargo, la última igualdad no siempre es cierta.

La conjugación hermítica parte de la base:

$$\sum_i m_{ji} \alpha_i = \beta_j [2] \quad (2.15)$$

Donde su forma compleja conjugada es:

$$\sum_i m_{ji}^* \alpha_i^* = \beta_j^* [2] \quad (2.16)$$

Después se escribirá la ecuación en forma matricial, ya que de esta forma se opera de un forma más cómoda. Se utilizarán los vectores bra en lugar de los vectores ket. También es necesario reordenar los elementos complejos conjugados de la matriz M. Se reordenan los elementos a través del operador hermitiano  $M^\dagger$ .

$$\langle A|M^\dagger = (\alpha_1^* \ \alpha_2^* \ \alpha_3^*) \begin{pmatrix} m_{11}^* & m_{12}^* & m_{13}^* \\ m_{21}^* & m_{22}^* & m_{23}^* \\ m_{31}^* & m_{32}^* & m_{33}^* \end{pmatrix} [2] \quad (2.17)$$

El operador hermítico [11] es un operador lineal y se encuentra definido sobre el espacio de Hilbert, en un dominio específico, es idéntico a su conjugado.

Una característica muy de estos operadores es que sus autovalores siempre son números reales. El espacio de Hilbert [10], por su parte, es un espacio vectorial en el que además se puede definir un producto escalar o producto interno.

Al pasar de una ecuación con vectores ket a otra con vectores bra, la matriz debe modificarse de la forma de la ecuación inferior. En primer lugar, se cambian las filas por las columnas; después de realizar la conjugación compleja de los elementos de la matriz se representan de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} [2] \quad (2.18)$$

Finalmente, volviendo a la premisa errónea inicial, se obtiene la correcta a través de las siguientes expresiones:

Teniendo en cuenta la ecuación,

$$M|A \rangle = |B \rangle [2] \quad (2.19)$$

Entonces,

$$\langle A|M^\dagger = \langle B|[2] \quad (2.20)$$

## Operadores Hermitianos

Los observables físicos en mecánica cuántica se representan mediante operadores lineales que son como sus propios conjugados hermitianos. Estos operadores satisfacen la siguiente propiedad:

$$M = M^\dagger [2] \quad (2.21)$$

Y por lo tanto:

$$m_{ji} = m_{ij}^* [2] \quad (2.22)$$

Además, si se transpone una matriz hermitiana sobre la diagonal principal y luego se toma su conjugado complejo, el resultado es el mismo que la matriz original. Los operadores hermitianos y las matrices hermitianas tienen algunas propiedades especiales.

**Operadores hermíticos y bases ortonormales** En física cuántica, los operadores hermíticos desempeñan un papel muy importante, ya que son representaciones matemáticas de los observables físicos, es decir, las cantidades que pueden ser medidas en un experimento. Estos operadores gozan de gran importancia en el mundo cuántico por las propiedades que poseen, muchas de las cuales surgen a raíz del teorema fundamental de los operadores hermíticos [11].

Este teorema sostiene que todos los autovalores de un operador hermítico son reales, como se ha mencionado anteriormente, lo que concuerda perfectamente con el hecho de que las mediciones físicas siempre producen resultados reales. Además, el teorema indica que los autovectores correspondientes a los diferentes autovalores de un operador hermítico son ortogonales entre sí.

■ El Teorema Fundamental

1. Los autovectores de un operador hermítico forman un conjunto completo, lo que significa que cualquier vector producido por el operador puede expresarse como una suma de sus autovectores.
2. Si en un operador hermítico existen dos autovalores diferentes ( $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ ), sus correspondientes autovectores son ortogonales.
3. Se puede escoger que dos autovectores correspondientes al mismo autovalor (degeneración) sean ortogonales, aunque los autovalores sean iguales.

En resumen, los autovectores de un operador hermítico forman una base ortonormal. A su vez, los puntos mencionados se explicarían matemáticamente de la siguiente forma: Los autovectores y los autovalores son:

$$L|\lambda_1\rangle = \lambda_1|\lambda_1\rangle \quad [2] \quad (2.23)$$

$$L|\lambda_2\rangle = \lambda_2|\lambda_2\rangle \quad [2] \quad (2.24)$$

Teniendo en cuenta el hecho de que L es un operador hermítico, es posible rotar la primera ecuación, y en lugar de utilizar vectores ket, utilizar vectores bra:

$$\langle \lambda_1|L = \lambda_1 \langle \lambda_1| \quad [2] \quad (2.25)$$

La segunda ecuación sería igual. Por lo tanto, si hacemos el producto interno de la primera con  $\lambda_1$  y lo mismo para la segunda ecuación con  $\lambda_2$ , el resultado es:

$$\langle \lambda_1|L|\lambda_2\rangle = \lambda_1 \langle \lambda_1|\lambda_2\rangle \quad [2] \quad (2.26)$$

$$\langle \lambda_1|L|\lambda_2\rangle = \lambda_2 \langle \lambda_1|\lambda_2\rangle \quad [2] \quad (2.27)$$

Y formando un sistema de ecuaciones:

$$(\lambda_1 - \lambda_2) \langle \lambda_1|\lambda_2\rangle = 0 \quad [2] \quad (2.28)$$

Es importante considerar que cualquier combinación lineal de dos autovectores es un autovector con el mismo autovalor. Siempre es posible encontrar dos combinaciones lineales ortogonales:

$$|A\rangle = \alpha|\lambda_1\rangle + \beta|\lambda_2\rangle \quad [2] \quad (2.29)$$

Ahora, se multiplica ambos lados de la ecuación por la matriz hermitiana L:

$$L|A\rangle = \alpha L|\lambda_1\rangle + \beta L|\lambda_2\rangle \quad [2] \quad (2.30)$$

Y sustituyendo las ecuaciones 2.23 y 2.24 en las igualdades inferiores, es sencillo obtener:

$$L|A\rangle = \alpha\lambda_1|\lambda_1\rangle + \beta\lambda_2|\lambda_2\rangle \quad [2] \quad (2.31)$$

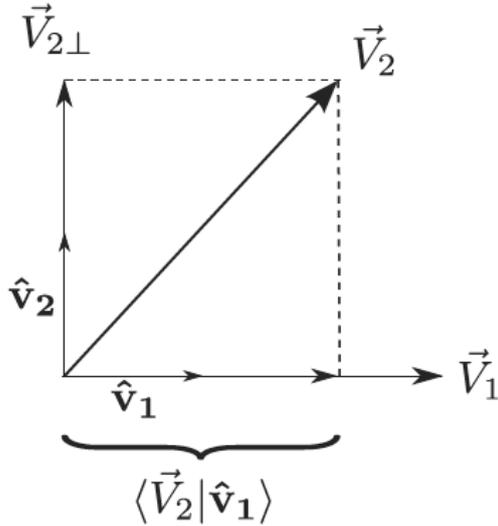
Y de nuevo se forma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$L|\lambda\rangle = \lambda(\alpha|\lambda_1\rangle + \beta|\lambda_2\rangle) = \lambda|\lambda\rangle \quad [2] \quad (2.32)$$

Esta ecuación muestra que cualquier combinación de  $|\lambda_1\rangle$  y  $|\lambda_2\rangle$  es también un autovector de  $L$ , con el mismo autovalor. Estos dos vectores son linealmente independientes y conforman el subespacio de los autovectores con autovalor  $\lambda$ .

El procedimiento de Gram-Schmidt se puede utilizar para encontrar una base ortonormal para el subespacio dado un conjunto de vectores independientes. Esto significa que podemos encontrar dos autovectores ortonormales haciendo una combinación de  $|\lambda_1\rangle$  y  $|\lambda_2\rangle$ . El teorema concluye que los autovectores son completos, lo que significa que si el espacio es  $N$ -dimensional, habrá  $N$  autovectores ortonormales.

**El procedimiento de Gram-Schmidt** Un conjunto de vectores propios linealmente independientes puede no ser ortonormal, especialmente en sistemas con estados degenerados (estados distintos con el mismo autovalor). Sin embargo, estos autovectores linealmente independientes pueden transformarse en un conjunto ortonormal mediante el procedimiento de Gram-Schmidt. El procedimiento comienza con dos vectores ( $\vec{V}_1$  y  $\vec{V}_2$ ) y crea dos vectores ortonormales ( $\hat{v}_1$  y  $\hat{v}_2$ ).



$$\hat{v}_1 = \frac{\vec{V}_1}{|\vec{V}_1|}$$

$$\vec{V}_{2\perp} = \vec{V}_2 - \langle \vec{V}_2 | \hat{v}_1 \rangle \hat{v}_1$$

$$\hat{v}_2 = \frac{\vec{V}_{2\perp}}{|\vec{V}_{2\perp}|}$$

Fig. 2.1. El procedimiento de Gram-Schmidt [2].

El procedimiento Gram-Schmidt permite crear dos vectores ortonormales ( $\hat{v}_1$  y  $\hat{v}_2$ ) a partir de dos vectores linealmente independientes ( $\vec{V}_1$  y  $\vec{V}_2$ ) que no son necesariamente ortogonales. Un resultado intermedio,  $\vec{V}_{2\perp}$ , se utiliza en el proceso de construcción. Este procedimiento puede extenderse a conjuntos mayores de vectores linealmente independientes.

El procedimiento inicial consiste en dividir el vector  $V_1$  por su propia magnitud,  $\hat{v}_1$ , lo

que genera un vector unitario paralelo a  $V_1$ . Este vector unitario lo llamaremos  $\hat{v}_1$ , que se convierte en el primer vector del conjunto ortonormal.

A continuación, proyectamos  $V_2$  en la dirección de  $\hat{v}_1$  formando el producto interno  $\langle V_2 | \hat{v}_1 \rangle$ . Posteriormente, restamos  $\langle V_2 | \hat{v}_1 \rangle$  de  $V_2$ . El resultado de esta resta lo llamaremos  $V_{2\perp}$ . Como se puede observar en la Figura 2.1,  $V_{2\perp}$  es ortogonal a  $\hat{v}_1$ .

Finalmente, dividimos  $V_{2\perp}$  por su propia longitud para formar el segundo miembro del conjunto ortonormal,  $\hat{v}_2$ . Debería ser evidente que podemos extender este procedimiento a conjuntos más grandes de vectores linealmente independientes en más dimensiones [2].

### 2.1.3. Los Principios

En mecánica cuántica, los observables (cosas que se pueden medir) existen dentro de un espacio vectorial complejo subyacente que representa los estados del sistema. En esta sección se presentarán los cuatro primeros principios de la mecánica cuántica, que no implican evolución temporal, pero existe un quinto principio que sí la incluye. Los observables pueden medirse con aparatos adecuados, como los componentes del espín ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ ). Entrando en detalle en los principios:

- Principio 1: Las magnitudes medibles en mecánica cuántica están representadas por operadores lineales  $L$ , que deben ser hermitianos. En resumen, las magnitudes que se pueden medir, se representan a través de operadores hermíticos.
- Principio 2 : Este principio establece que los posibles resultados de una medida son los autovalores del operador que representa el observable, que se denominan  $\lambda_i$ . El estado en el que el resultado de la medida es  $\lambda_i$ , que es el correspondiente autovector  $|\lambda_i\rangle$ . Si el sistema se encuentra en el estado propio  $|\lambda_i\rangle$ , se garantiza que el resultado de la medición es  $\lambda_i$ .
- Principio 3: Los estados que se pueden distinguir sin ambigüedad se representan mediante vectores ortogonales.  
Este principio se refiere a estados claramente distintos. Dos estados se consideran distintos en un sentido físico si existe una medida que pueda diferenciarlos sin ninguna incertidumbre.
- Principio 4: La probabilidad de observar el valor  $\lambda_i$  cuando se miden el vector de estado de un sistema  $A$  y el observable  $L$  es:

$$P(\lambda_i) = \langle A | \lambda_i \rangle \langle \lambda_i | A \rangle \quad [2] \quad (2.33)$$

Teniendo en cuenta el primero de los principios, es coherente el hecho de que todo observable se identifica con un operador lineal, ya se puede observar que un operador es una forma de agrupar estados con sus autovalores, que son los posibles resultados de medir esos estados.

Por otra parte, el resultado de una medida no suele ser cierto. Sin embargo, para un observable dado, hay estados específicos en los que el resultado es definitivo. Por ejemplo, si el dispositivo de medida de espín A está alineado a lo largo del eje z, el estado  $|u\rangle$  siempre producirá el valor  $\sigma_z = +1$ , y el estado  $|d\rangle$  siempre dará  $\sigma_z = -1$ . El Principio 1 ofrece un nuevo punto de vista sobre estos hechos, implicando que cada observable ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ ) tiene un operador lineal correspondiente en el espacio de estados bidimensional que describe el espín.

El resultado de la medida de un observable es siempre uno de los números reales posibles, como el nivel de energía de un átomo.

Por otra parte, el Principio 2 establece que el resultado está íntimamente relacionado con los autovalores del operador que representa el observable. Cada componente del operador de espín tiene autovalores 1.

El Principio 3 trata de la idea de estados distinguibles en mecánica cuántica. Los estados distinguibles son aquellos que pueden distinguirse mediante una medida. Por ejemplo, los estados  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$  pueden distinguirse midiendo  $\sigma_z$ . Sin embargo, si se dice que un estado es  $|u\rangle$  o  $|r\rangle$ , no hay ninguna medida que pueda determinar con certeza de qué estado se trata. Este principio establece que los estados físicamente distinguibles deben estar representados por vectores de estado ortogonales, lo que significa que no se solapan. En el caso de los estados de espín,  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$  son ortogonales, pero  $|u\rangle$  y  $|r\rangle$  no lo son. El último principio de la mecánica cuántica diseña una regla para determinar las probabilidades de los distintos resultados de un experimento. Si un sistema se encuentra en el estado  $|A\rangle$  y se mide un observable L, el resultado será uno de los valores propios  $\lambda_i$  de L. Sin embargo, no es posible predecir qué autovalor se observará.  $P(\lambda_i)$  representa la probabilidad de observar  $\lambda_i$ . Esta probabilidad se calcula a partir del solapamiento entre  $|A\rangle$  y  $|\lambda_i\rangle$ , y viene dada por el cuadrado de la magnitud del solapamiento mencionado. Matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$P(\lambda_i) = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2 [2] \quad (2.34)$$

que es finalmente,

$$P(\lambda_i) = \langle A|\lambda_i\rangle \langle A|\lambda_i\rangle [2] \quad (2.35)$$

La razón por la que la probabilidad es el cuadrado del solapamiento en lugar del solapamiento mismo es porque el producto interior de dos vectores no siempre es positivo y real. Sin embargo, las probabilidades deben ser positivas y reales, por lo que en su lugar se utiliza el cuadrado de la magnitud, que siempre es positivo y real.

#### 2.1.4. Operadores de Spin

La idea es que las magnitudes físicas, como los escalares y los vectores, tienen operadores asociados que están dotados de un carácter vectorial propio. Por ejemplo, el operador de espín ( $\sigma$ ) [12] está asociado a una dirección en el espacio, y sólo puede proporcionar información sobre la componente de espín en esa dirección específica. Al igual que un

aparato para realizar medidas de espín debe girarse para medir el espín en una dirección diferente, el operador de espín también debe girarse matemáticamente para proporcionar información sobre la componente de espín en una nueva dirección. Esto significa que existe un operador de espín para cada dirección en la que se puede orientar el aparato de medidas del espín.

**Construcción de operadores de Spin** El proceso de creación de operadores para representar los componentes del espín, concretamente  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  complejos. El objetivo inicial es construir  $\sigma_z$ , que tiene valores distintos y claros para los estados  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$ . El propósito final es crear un operador que pueda representar un componente de espín en cualquier dirección:

- El primer principio establece que cada componente de  $\sigma$  ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ ) está representado mediante un operador lineal.
- Principio 2: Los autovectores de  $\sigma_z$  son  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$  con autovalores  $+1$  y  $-1$ , expresados matemáticamente de la siguiente forma:

$$\sigma_z|u\rangle = |u\rangle \quad [2] \quad (2.36)$$

$$\sigma_z|d\rangle = -|d\rangle \quad [2] \quad (2.37)$$

- Principio 3: Los estados  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$  son ortogonales entre sí, es decir,

$$\langle u|d\rangle = 0 \quad [2] \quad (2.38)$$

Los vectores  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$  también pueden ser representados matricialmente:

$$\begin{pmatrix} (\sigma_z)_{11} & (\sigma_z)_{12} \\ (\sigma_z)_{21} & (\sigma_z)_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad [2] \quad (2.39)$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad [2] \quad (2.40)$$

Ahora, se va desarrollar la representación de  $\sigma_x$ . Los autovectores de  $\sigma_x$  son  $|r\rangle$  y  $|l\rangle$ , con autovalores  $+1$  y  $-1$  respectivamente.

$$\sigma_x|r\rangle = |r\rangle \quad [2] \quad (2.41)$$

$$\sigma_x|l\rangle = -|l\rangle \quad [2] \quad (2.42)$$

Sustituyendo los vectores columna  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$  en su ecuación correspondiente se obtiene:

$$|r\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad [2] \quad (2.43)$$

$$|l\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} [2] \quad (2.44)$$

De nuevo, de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} (\sigma_x)_{11} & (\sigma_x)_{12} \\ (\sigma_x)_{21} & (\sigma_x)_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} [2] \quad (2.45)$$

$$\begin{pmatrix} (\sigma_x)_{11} & (\sigma_x)_{12} \\ (\sigma_x)_{21} & (\sigma_x)_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} [2] \quad (2.46)$$

Si expanden estas ecuaciones, se convierten en cuatro ecuaciones sencillas para los elementos de la matriz  $(\sigma_x)_{11}$ ,  $(\sigma_x)_{12}$ ,  $(\sigma_x)_{21}$ , y  $(\sigma_x)_{22}$ . Esta es la solución:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} (\sigma_x)_{11} & (\sigma_x)_{12} \\ (\sigma_x)_{21} & (\sigma_x)_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} [2] \quad (2.47)$$

Por último, los autovectores de  $\sigma_y$  son  $|i\rangle$  y  $|o\rangle$ :

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle [2] \quad (2.48)$$

$$|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle [2] \quad (2.49)$$

Y de forma matricial se representa de la siguiente forma:

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} [2] \quad (2.50)$$

Las matrices  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  se conocen como matrices de Pauli.

### 2.1.5. Operadores de 3 vectores

En primer lugar, se realiza un análisis de un operador formado por tres vectores, en concreto las componentes del espín a lo largo de los tres ejes ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ ). El término "vector" tiene dos significados distintos en física: uno es el vector ordinario del espacio tridimensional o también llamado "Vector euclidiano" que se utiliza en el espacio tridimensional y representa cantidades físicas con magnitud y dirección; y por otra parte está el vector de estado de un sistema, que representa el estado de un sistema físico y está ubicado en un espacio de Hilbert, un espacio de dimensiones infinitas.

Los vectores de estado de un sistema son  $|u\rangle$  y  $|d\rangle$ ,  $|r\rangle$  y  $|l\rangle$ , y  $|i\rangle$  y  $|o\rangle$ . Por otro lado,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  son operadores, no vectores de estado, y representan un nuevo tipo de vector. Aunque son diferentes tanto de los vectores de estado como de los vectores ordinarios del espacio tridimensional, es conveniente tratar estos últimos como tres vectores que comparten características.

Un vector ordinario del espacio tridimensional unitario  $\hat{n}$  con componentes  $n_x$ ,  $n_y$ , y  $n_z$  se puede utilizar para dirigir el aparato de medida. Aún así, se necesita un operador que

represente la cantidad medible cuando se activa el aparato.

La componente del vector  $\sigma$  en la dirección del vector unitario  $\hat{n}$  se halla tomando el producto escalar de  $\sigma$  y  $\hat{n}$ . Este componente está representado por  $\sigma_n$ .  $\sigma_n$  se representa como:

$$z = \sigma_n \cdot \hat{n} = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z [2] \quad (2.51)$$

Además, si se sustituyen las formas matriciales de cada una de las componentes en esta ecuación se obtiene lo siguiente:

$$\sigma_n = n_x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + n_y \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + n_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} [2] \quad (2.52)$$

Por último, se puede simplificar la operación superior, incluyendo los tres elementos en una única matriz:

$$\sigma_n = \begin{pmatrix} n_z & (n_x - in_y) \\ (n_x + in_y) & -n_z \end{pmatrix} [2] \quad (2.53)$$

La representación de esta matriz es muy útil para determinar los resultados correctos de una medida a lo largo de la dirección  $\hat{n}$ . Asimismo, existe la posibilidad de determinar las probabilidades de esos resultados.

### 2.1.6. El principio de polarización de espín

La polarización del espín [13] se produce cuando se aplica un campo magnético externo. Los espines tienden a alinearse con el campo magnético, pero también pueden alinearse en la dirección opuesta.

El Principio de Espín-Polarización establece que cualquier estado de un solo espín puede describirse como un autovector de algún componente del operador de espín. Esto significa que para cualquier estado representado como:

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle [2] \quad (2.54)$$

Existe una dirección  $\hat{n}$  que cumple,

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{n} |A\rangle = |A\rangle [2] \quad (2.55)$$

Este teorema demuestra que cualquier estado de un solo espín puede alinearse con una dirección específica en el espacio.

El principio de polarización de espín establece que cualquier estado de espín puede describirse como un autovector de algún componente del operador de espín, lo que significa que existe una orientación concreta en el espacio para el estado de espín y que puede determinarse midiendo el espín a lo largo de una dirección específica. Los estados de espín se caracterizan por un vector de polarización que define la dirección a lo largo de la cual se predice que el espín es +1 si se conoce el vector de estado.

El teorema tiene una consecuencia importante, y es que no existe ningún estado de espín

para el que los valores esperados de las tres componentes del espín sean cero. Por lo tanto, el valor esperado del espín a lo largo de una dirección  $\hat{n}$  puede expresarse como:

$$\langle \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \rangle = 1, \quad [2] \quad (2.56)$$

En la ecuación superior, el estado  $|A\rangle$  es un vector propio de  $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$  con valor propio  $+1$ , lo que indica que siempre hay un componente de espín distinto de cero a lo largo de alguna dirección, independientemente del estado de espín.

Las componentes perpendiculares de  $\sigma$  tienen como valor esperado cero en el estado  $|A\rangle$  y la suma de los cuadrados de los valores de las tres componentes de  $\sigma$  es igual a 1. La última igualdad mencionada hace referencia a que la magnitud del espín a lo largo de todas las direcciones siempre suma 1 para cualquier estado de espín.

## 2.2. Óptica Cuántica: Introducción

La óptica cuántica [14] es una rama de estudio de la física que se centra en la aplicación de los principios de la mecánica cuántica a situaciones que involucran luz y su interacción con la materia.

El avance de la ciencia de la información cuántica y la física de los gases cuánticos ultrafreíos han atraído la atención sobre la óptica cuántica, pero a pesar de estos avances, las ideas centrales del campo permanecen.

La estrecha relación entre teoría y experimento es una de las ventajas de la óptica cuántica. Además, la óptica cuántica es un campo al que pueden dedicarse individuos o pequeños equipos, con una persona o grupo capaz de llevar a cabo un experimento completo. También, se debe tener en cuenta que muchos problemas importantes pueden ser resueltos por una sola persona.

El estudio de la luz en los medios es uno de los aspectos de mayor relevancia de la óptica cuántica.

La investigación en óptica cuántica que busca aprovechar los fotones para la transmisión de datos y la computación recibe el nombre de fotónica, resaltando la hipótesis de que los fotones y la fotónica podrían asumir el papel que los electrones y la electrónica desempeñan en la actualidad.

### 2.2.1. Teoría cuántica

Los axiomas de la teoría cuántica describen el comportamiento de las partículas a nivel cuántico. Estos axiomas establecen que las partículas existen en un estado de superposición, lo que significa que pueden encontrarse en múltiples estados simultáneamente, y que su comportamiento sólo puede mostrarse en términos de probabilidades. La teoría también afirma que la medición colapsa la función de onda de una partícula, lo que indica que su estado sólo se define en el momento en el que se mide. El formalismo de la matriz de densidad de la estadística cuántica se utiliza para describir el comportamiento de sistemas cuánticos con muchas partículas.

#### Axioms

El principio de superposición es el fundamento de la mecánica cuántica que afirma que dos o más estados cualesquiera se pueden superponerse para crear un nuevo estado. Este principio se aplica a estados puros (estados cuánticos que no pueden ser expresados como una mezcla estadística de otros estados cuánticos), representados por vectores en un espacio complejo.

El principio de superposición por sí solo no hace predicciones físicas, pero prepara el terreno para el resto de la mecánica cuántica.

Para hacer predicciones sobre el resultado de la medida, la probabilidad de la transición

de  $|\psi\rangle$  a  $|a\rangle$  debe ser un número real. Esto da lugar a la introducción del cuadrado del valor absoluto de  $|\psi\rangle$  como la probabilidad  $p_a$  que conduce a la regla de Born:

$$p_a = \frac{|\langle a|\psi\rangle|^2}{\langle \psi|\psi\rangle} \quad [3] \quad (2.57)$$

donde el vector de estado  $|\psi\rangle$  se escribe como

$$|\psi\rangle = \sum_a \langle a|\psi\rangle |a\rangle \quad [3] \quad (2.58)$$

Esto representa la suma total de los cuadrados de los coeficientes complejos ( $|\langle a|\psi\rangle|^2$ ) que expanden  $\langle \psi|\psi\rangle$  antes de realizar una medida.

La regla de Born [15] es uno de los axiomas fundamentales de la mecánica cuántica y se utiliza en gran medida para hacer predicciones sobre el resultado de las mediciones cuánticas. La regla de Born, junto con el principio de superposición, conforma la base de la mecánica cuántica.

Estos axiomas, junto con las técnicas matemáticas del álgebra lineal, ofrecen un esquema para conseguir la descripción y predicción del comportamiento de los sistemas cuánticos. Esta sección trata de la construcción matemática del producto escalar en el espacio cuántico de estados. El producto escalar, representado por el símbolo  $\langle \psi'|\psi\rangle$ , está determinado por un conjunto particular de estados propios físicos  $|a\rangle$ . Se supone que todos los conjuntos posibles de estados propios forman el mismo producto escalar, de modo que no se favorece ni discrimina ninguna configuración experimental. Si se acepta esta suposición, el símbolo  $\langle \psi'|\psi\rangle$  representa el producto escalar en el espacio de estados lineal. Los componentes  $\langle a|\psi\rangle$  pueden entenderse como las proyecciones ortogonales del vector  $|\psi\rangle$  sobre los estados propios  $|a\rangle$ .

La fórmula de  $p_a$  es un axioma crítico de la mecánica cuántica que predice sucesos de la realidad física [3]. Incorpora el principio de superposición en su descripción de los estados cuánticos y sus raíces históricas se remontan a la interpretación de Born del módulo cuadrado de la función de onda de Schrödinger como probabilidad.

Para simplificar la fórmula de probabilidad  $p_a$ , sólo se consideran estados normalizados, por lo que es necesario fijar:

$$\langle \psi|\psi\rangle = 1 \quad [3] \quad (2.59)$$

La aclaración anterior permite desarrollar el formalismo básico de la mecánica cuántica. El siguiente principio fundamental de la mecánica cuántica trata de la composición de los sistemas físicos. Indica que si un sistema se compone de dos subsistemas ( $a_1, a_2$ ), por lo que debería existir la posibilidad de probar cada uno de los subsistemas independientemente, y sería apropiado obtener los mismos resultados de medida cada vez que se realice el experimento. Además, si se mide sólo uno de los subsistemas, se espera seguir obteniendo el mismo resultado, independientemente de lo que ocurra en el otro subsistema. Por lo tanto, las mediciones separadas corresponden a estados propios que están separados o desconectados:

$$|a_1, a_2\rangle = |a_1\rangle \otimes |a_2\rangle \quad (2.60)$$

El símbolo  $\otimes$  representa el producto tensorial, y el espacio de estados total del sistema es el producto de los subespacios. Sin embargo, la combinación de dos estados diferentes  $|a1\rangle \otimes |a2\rangle$  y  $|a1'\rangle \otimes |a2'\rangle$  suele dar lugar a un estado entrelazado y no factoriza. El sistema total no es una simple combinación de sus partes, ya que los subsistemas están conectados.

En resumen, para comprender fenómenos físicos concretos de la mecánica cuántica, hay que partir del marco matemático básico añadiendo información más específica. Para ello se ha utilizado el axioma de  $p_a$ , que nos proporciona una comprensión cuantitativa de los estados y las mediciones.

## Estadística cuántica

La estadística cuántica se concentra en la investigación de cómo se distribuyen las partículas que no pueden ser diferenciadas entre sí, es decir, partículas que se encuentran a bajas temperaturas o cuando la media de ocupación de un estado energético es significativamente menor que 1. Cabe la posibilidad de ampliar la idea de estados cuánticos para incluir conjuntos estadísticos de estados físicos, en los que disponemos de cierta información estadística sobre los estados preparados. La predicción de una cantidad física debe ser la media de los valores de expectativa de cada estado individual, considerando las probabilidades de preparación.

La extensión de los estados cuánticos de estados puros (representados por  $|\psi_n\rangle$ ) a conjuntos estadísticos, teniendo en cuenta sólo la información estadística sobre los estados preparados. El conjunto estadístico está representado por un conjunto de estados puros  $|\psi_n\rangle$  con probabilidades  $\rho_n$ . La predicción de cualquier cantidad física  $\langle A \rangle$  viene dada como la media de los valores de expectativa  $\langle \psi_n | \hat{A} | \psi_n \rangle$  para los estados individuales  $|\psi_n\rangle$ , ponderados por las probabilidades de preparación  $\rho_n$ :

$$\langle A \rangle = \sum_n \rho_n \langle \psi_n | \hat{A} | \psi_n \rangle \quad (2.61)$$

Esta última ecuación se puede expresar con el operador trace:

$$\langle A \rangle = \text{Tr} [\hat{\rho} \hat{A}] \quad (2.62)$$

Por lo tanto, se puede utilizar el símbolo universalmente reconocido "tr" para la traza. El operador de densidad se considera la explicación global de un estado cuántico, y la fórmula sirve como método general para predecir cantidades mensurables. Los estados puros se incluyen en esta idea general, ya que sus operadores de densidad son proyectores  $|\psi\rangle\langle\psi|$ . Los estados que no son puros se denominan estados mixtos.

## Imágenes de Schrödinger y Heisenberg

Las imágenes de Schrödinger y Heisenberg [16] describen la evolución coherente de las magnitudes físicas en mecánica cuántica. Se considera que la evolución es coherente

no está influida por la disipación o la medición cuántica, y se supone que es reversible. La predicción de las cantidades físicas viene dada como la media del estado cuántico y los operadores de los observables.

La imagen de Schrödinger supone que el estado evoluciona mientras que los observables permanecen fijos, mientras que la imagen de Heisenberg supone que los operadores cambian y el estado permanece constante. Alternativamente, la imagen de interacción ofrece un compromiso entre ambas al permitir que tanto el estado como los operadores evolucionen.

La representación de la imagen de Schrödinger en la mecánica cuántica es una formulación donde los vectores de estado cambian con el tiempo, pero los operadores, que incluyen observables y otros, permanecen invariables en el tiempo. Este fenómeno ocurre de una forma diferente en la representación de Heisenberg, donde los estados se mantienen estáticos mientras los observables cambian con el tiempo, y de la imagen de interacción, donde tanto los estados como los observables varían en el tiempo.

Las representaciones de Schrödinger y Heisenberg se vinculan a través de transformaciones activas y pasivas, y las relaciones de conmutación entre operadores se mantienen al pasar de una representación a otra.

En primer lugar, se va a describir la imagen de Schrödinger y la evolución de un estado cuántico en el tiempo. La ecuación de evolución para estados puros debe ser una ecuación diferencial lineal para obedecer el principio de superposición. El vector de estado  $\psi$  debe describir toda la información física sobre el estado y su destino en procesos de evolución coherentes, y por tanto la ecuación debe ser de primer orden en el parámetro  $t$ . Esto conduce a la ecuación diferencial :

$$i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi\rangle \quad [3] \quad (2.63)$$

$\hat{H}$  es un operador lineal y  $\hbar$  es una constante que relaciona las escalas cuántica y macroscópica y es la constante de Planck dividida por  $2\pi$ .

La evolución de la ecuación debe conservar la norma del estado cuántico  $\langle \psi|\psi\rangle$  y el producto escalar entre dos vectores de estado  $|\psi_1\rangle$  y  $|\psi_2\rangle$ . El producto escalar se expresa en términos de las normas de los dos vectores y de su suma y diferencia, y también debe preservarse. Se realiza la diferenciación del producto escalar:

$$\frac{d\langle \psi_1|\psi_2\rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle \psi_1|(\hat{H}^\dagger - \hat{H})|\psi_2\rangle \quad [3] \quad (2.64)$$

El operador  $\hat{H}$ , también conocido como Hamiltoniano, es una cantidad conservada cuando no depende del tiempo. Representa la cantidad física central en la ecuación de Schrödinger y está relacionada con la simetría de invariancia temporal. Las leyes de conservación están relacionadas con las simetrías y la invariancia temporal significa que la ecuación de movimiento no cambia con el tiempo. En este contexto, la cantidad conservada relacionada con la invarianza temporal es la energía.

Las dos formas de representar la mecánica cuántica, la imagen de Schrödinger y la imagen de Heisenberg, están conectadas por el operador de evolución  $\hat{U}$ , que se define por

los requisitos:

$$i\hbar \frac{d\hat{U}}{dt} = \hat{H}\hat{U}, \hat{U}(t_0) = 1 [3] \quad (2.65)$$

El vector de estado  $|\psi\rangle$  se expresa matemáticamente como:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}|\psi(t_0)\rangle, [3] \quad (2.66)$$

y el operador de densidad como,

$$\hat{\rho}(t) = \hat{U}\hat{\rho}(t_0)\hat{U}^\dagger [3] \quad (2.67)$$

Por otra parte, en la imagen de Heisenberg, los operadores se expresan de la siguiente forma:

$$\hat{A} = \hat{U}^\dagger \hat{A} \hat{U} [3] \quad (2.68)$$

Ambas imágenes conservan el valor esperado de los operadores y pueden utilizarse indistintamente dependiendo de la situación. La imagen de Schrödinger es bastante útil en situaciones en las que el Hamiltoniano, es decir, el operador de energía total del sistema, es constante en el tiempo. Por su parte la imagen de Heisenberg tiene una mayor utilidad en la teoría cuántica de campos.

## 2.3. Teoría cuántica de la luz

### 2.3.1. La luz en los medios de comunicación

El fundamento de la óptica cuántica se basa en la teoría cuántica de campos de la luz y los campos electromagnéticos. Esta teoría puede complicarse, sobre todo cuando se incorporan la relatividad y la consistencia en la formulación, como se requieren en la física de partículas. Sin embargo, en óptica cuántica se estudia el comportamiento de la luz en materiales como el vidrio, lo que puede aumentar la complejidad.

### Ecuaciones de Maxwell

La luz es una entidad cuántica y sus propiedades se describen mediante observables cuánticos, operadores hermitianos, y su estado mediante un vector de estado  $|\psi\rangle$  o una matriz de densidad  $\hat{\rho}$ . Se emplea la imagen de Heisenberg de la mecánica cuántica, donde los operadores cambian con el tiempo, pero el estado cuántico permanece constante. La luz es un campo, y sus observables abarcan el espacio y el tiempo, ya que son funciones de coordenadas espaciales y temporales. La luz es una onda electromagnética, con sus propiedades fundamentales ligadas a las intensidades de campo electromagnético, campo eléctrico  $E$ , desplazamiento eléctrico  $D$ , campo magnético  $H$  e inducción magnética  $B$ . Los campos electromagnéticos clásicos cumplen las ecuaciones de Maxwell y están sujetos a la condición de contorno de que los campos desaparecen en el infinito.

Estas son las ecuaciones de Maxwell: [3]

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.69)$$

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (2.70)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.71)$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.72)$$

### 2.3.2. Conmutador cuántico

Los principios del electromagnetismo clásico han sido utilizados hasta ahora en la discusión de la teoría cuántica de campos de la luz. Por otra parte, el hamiltoniano influye en los cambios de las magnitudes físicas ( $\hat{F}$ ) a lo largo del tiempo, tal como describe la ecuación de Heisenberg. Los operadores de campo no cambian directamente con el tiempo, sólo a través de su dinámica.

También se utilizan derivadas temporales parciales para seguir el cambio de campos que se mueven en el espacio y el tiempo:

$$\frac{\partial \hat{F}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{F}] \quad [3] \quad (2.73)$$

El hamiltoniano también representa la energía total del sistema. En este escenario, se presupone que el hamiltoniano de la luz tiene la misma estructura que la energía clásica del campo electromagnético:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \int (\hat{E} \cdot \hat{D} + \hat{B} \cdot \hat{H}) dV \quad [3] \quad (2.74)$$

El cálculo del hamiltoniano implica la integración en todo el espacio tridimensional. El hamiltoniano es una cantidad conservada debido a las ecuaciones de Maxwell y a las ecuaciones constitutivas, lo que indica que la energía se conserva.

El objetivo del desarrollo de las ecuaciones siguientes es deducir las leyes del electromagnetismo a través de la ecuación de movimiento de Heisenberg y el Hamiltoniano. Para lograrlo, se expresa el Hamiltoniano utilizando el potencial vectorial y el desplazamiento eléctrico:

$$\hat{H} = \int \left( \frac{\hat{D}^2}{2\epsilon_0\epsilon} + \frac{\epsilon_0 c^2}{2\mu} (\nabla \cdot \hat{A})^2 \right) dV \quad [3] \quad (2.75)$$

Los componentes indispensables en las ecuaciones de Heisenberg para los campos son conmutadores, por lo tanto es necesario determinar los conmutadores entre  $\hat{A}$  y  $\hat{D}$ . Las amplitudes de campo están en varios lugares del espacio pero al mismo tiempo no pueden afectarse mutuamente, están desconectadas. En mecánica cuántica, los sistemas que no interactúan independientemente son en principio medibles simultáneamente, lo que significa que sus observables conmutan; por tanto, los conmutadores entre  $\hat{A}(r, t)$  y  $\hat{A}(r', t)$  y entre  $\hat{D}(r, t)$  y  $\hat{D}(r', t)$  deben ser cero en tiempos iguales. Sin embargo,  $\hat{A}$  y  $\hat{D}$  no son independientes.

### 2.3.3. Los Modos de la luz

La luz sigue el principio de superposición, según el cual dos campos luminosos se suman cuando se juntan, creando interferencias constructivas o destructivas. Esto se debe a la linealidad de las ecuaciones de Maxwell, que también se aplican al campo cuántico de la luz. Sin embargo, sumar dos campos cuánticos  $\hat{A}(r, t)$  directamente cambiaría el conmutador fundamental, ya que el campo cuántico ya incluye todos los campos de luz potenciales y está determinado por el estado cuántico  $\hat{\rho}$ .

#### Los modos y su producto escalar

En primer lugar, se considera un conjunto completo de ondas clásicas,  $A_k(r, t)$ , siguiendo el Gauge de Coulomb, la ecuación de Maxwell y las condiciones de contorno. Estas ondas pueden expresarse como funciones complejas de espacio y tiempo, pero no son operadores. El conjunto satisface las mismas condiciones que el campo cuántico, de modo que el campo cuántico puede expandirse en términos de  $A_k$  y su conjugado complejo,

$A_k^*$ , como

$$\hat{A}(r, t) = \sum_k (A_k(r, t)\hat{a}_k + A_k^*(r, t)\hat{a}_k^\dagger) \quad [3] \quad (2.76)$$

Se puede elegir cualquier modo  $A_k$  siempre que forme un conjunto completo y siga las leyes del electromagnetismo. Sin embargo, es beneficioso imponer ciertas restricciones a los modos para simplificar los operadores de modo ( $a_k$  y  $a_k^\dagger$ ) y comprender mejor su naturaleza física. Para ello, se incluye un producto escalar que mide la diferencia entre dos modos en el espacio de funciones de los modos:

$$(A_1, A_2) = \frac{1}{i\hbar} \int (A_1^* \cdot D_2 - A_2 \cdot D_1^*) dV \quad [3] \quad (2.77)$$

$$D = -\epsilon_0 \epsilon \frac{\partial A}{\partial t} \quad [3] \quad (2.78)$$

El producto escalar va precedido de la letra  $\hbar$  por conveniencia. Tiene muchas de las propiedades matemáticas de los productos internos, incluida la simetría conjugada:

$$(A_1, A_2) = (A_1, A_2)^* \quad [3] \quad (2.79)$$

y linealidad, por tanto, para dos coeficientes complejos cualesquiera  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$ :

$$(A_0, \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2) = \alpha_1 (A_0, A_1) + \alpha_2 (A_0, A_2) \quad [3] \quad (2.80)$$

Aquí, se utiliza una notación comúnmente empleada en física donde el argumento lineal conjugado del producto interior se coloca primero en  $(A_1, A_2)$ . Sin embargo, el producto escalar no es definido positivo, lo que significa que el producto de una función de modo consigo misma puede ser negativo o cero. Esta propiedad desempeñará un papel crucial a la hora de distinguir los operadores de modo y determinar el estado de vacío cuántico. El producto escalar también tiene algunas similitudes con los conmutadores:

$$(A_1^*, A_2^*) = -(A_1^*, A_2^*) \quad [3] \quad (2.81)$$

Además, las leyes de conservación están ligadas a simetrías. La simetría detrás de la conservación de  $(A_1, A_2)$  es que los modos son complejos pero las ecuaciones que los gobiernan son reales. Cualquier modo puede multiplicarse por un factor de fase global arbitrario  $\exp(-i\phi)$  y seguir las mismas ecuaciones de onda. Sin embargo, los campos electromagnéticos reales no poseen esta simetría extra. La estructura del producto escalar muestra que la norma  $(A, A)$  es cero para  $A$  real.

## Relaciones de conmutación de Bose

En la teoría cuántica de campos, un campo bosónico [17] es un campo cuántico cuyas partículas, o cuantos, son bosones, lo que indica que siguen las estadísticas de Bose-Einstein. A diferencia de los campos fermiónicos que siguen las relaciones de anticonmutación canónicas, los campos bosónicos obedecen las relaciones de conmutación canónicas.

Las relaciones canónicas de conmutación también se mantienen para los campos bosónicos que interactúan en la representación de interacción. En esta representación, los campos se modifican con el tiempo como si estuvieran libres y los efectos de la interacción se reflejan en cómo evolucionan los estados. Son estas relaciones de conmutación las que dan lugar a las estadísticas de Bose-Einstein para los cuantos del campo.

Dada una expansión de modos, se pueden crear combinaciones adecuadas ordenando sus productos escalares en un momento determinado. Los productos escalares  $(A_k, A'_k)$  permanecen constantes a lo largo del desarrollo del campo electromagnético. Por ejemplo, los modos pueden hacerse ortogonales mediante un proceso de ortogonalización Gram-Schmidt y permanecerán ortogonales durante su progresión. Si los modos siguen las condiciones de ortonormalidad:

$$(A_k, A_{k'}) = \delta_{kk'} \quad [3] \quad (2.82)$$

$$(A_k, A_{k'}^*) = 0 \quad [3] \quad (2.83)$$

Se utilizarán las condiciones de ortonormalidad para extraer los operadores de modo de la expansión de modo:

$$\hat{a}_k = (A_k, \hat{A}) \quad [3] \quad (2.84)$$

$$\hat{a}_k^\dagger = -(A_k^*, \hat{A}) \quad [3] \quad (2.85)$$

Los operadores de modo de los distintos modos se conmutan, lo que da lugar a que representen sistemas físicos distintos. Cada modo representa un grado de libertad del campo electromagnético, y el espacio de Hilbert total de estos grados de libertad es el producto tensorial de los espacios de Hilbert de todos los modos. Este espacio, y nada más, define el espacio de Hilbert para el estado cuántico de la luz, siguiendo el principio de no multiplicar entidades más allá de lo necesario.

## Interferencias

La reflexión y transmisión de la luz en un medio, como un divisor de haz, crea estas combinaciones de modos  $(A_k, A'_k)$ , donde  $A_k$  representa los modos entrantes y  $A'_k$  representa los modos salientes. Además, es fácil de demostrar que los horizontes de sucesos generan un tipo diferente de combinación, que es una mezcla de modos  $A_k$  y sus conjugados complejos  $A_k^*$ . El resultado es la amplificación de la luz y la producción espontánea de cuantos de luz en los horizontes de sucesos.

El campo electromagnético se describe mediante las funciones de modo  $A_k(r, t)$  y los operadores de modo  $\hat{a}_k$  y  $\hat{a}_k^\dagger$ . Las fluctuaciones de las amplitudes cuánticas de la luz dependen de la elección de la expansión de los modos. La concentración de la luz en unos pocos modos es importante para observar efectos cuánticos de un número reducido de modos, pero también es necesario seleccionar modos individuales en la detección de la luz. Esta selección puede ser realizada por el observador o por post-selección de modos. Los efectos cuánticos de pocos modos pueden observarse siempre que el subestado de los modos seleccionados no estén enredados con el resto del campo luminoso.

## Modos monocromáticos

La expansión de modos incluye modos como los pulsos de luz o los que tienen una gama de frecuencias ópticas, de diferentes colores. En el caso de modos monocromáticos que oscilan a una sola frecuencia, la expansión de modos se representa como:

$$\frac{\partial A_k}{\partial t} = -i\omega_k A_k, [3] \quad (2.86)$$

O de la siguiente forma,

$$A_k(r, t) = A_k(r) \exp(-i\omega_k t) [3] \quad (2.87)$$

Por otra parte, el producto escalar muestra que los modos monocromáticos tienen una normalización basada en la siguiente expresión:

$$(A_1, A_2) = \frac{2\epsilon_0 \omega_k}{\hbar} \int A_1^* \cdot A_2 \epsilon dV [3] \quad (2.88)$$

Estos modos tienen una energía constante y, por tanto, la energía total puede expresarse como la suma de las energías de los modos individuales. El Hamiltoniano puede derivarse de la relación entre el campo magnético y la energía, resultando ser:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \int (\hat{E} \cdot \hat{D} + \hat{A} \cdot \frac{\partial \hat{D}}{\partial t}) dV [3] \quad (2.89)$$

También cabe destacar, que la energía total del campo electromagnético es la suma de las energías de los modos estacionarios.

La energía del campo electromagnético es infinita aunque no haya fotones y la luz se encuentre en el estado de vacío. Esto es un problema, ya que haría que el campo electromagnético fuera infinitamente masivo y provocaría su colapso por su propio peso. Deben existir otros mecanismo más allá del electromagnetismo cuántico que corrijan este problema. A pesar de ello, la energía del punto cero sigue teniendo resultados finitos que han sido confirmados por experimentos.

### 2.3.4. Energía de punto cero y Fuerza de Casimir

Hendrik B. G. Casimir [18] demostró mediante cálculos teóricos que dos placas metálicas se atraen entre sí incluso en un vacío completo y sin estar cargadas. Esta fuerza del vacío cuántico puede verse en la vida cotidiana como la fuerza que hace que los objetos se peguen. Casimir se inspiró en el misterioso comentario de Niels Bohr sobre la fuerza relacionada con la energía de punto cero.

La energía del punto cero hace referencia al estado de energía más bajo que puede tener un sistema cuántico. Este concepto, fundamental en la teoría cuántica de campos, equivale a la energía del vacío o energía oscura, relacionada con el espacio vacío. En cosmología, es la base para la constante cosmológica. La manifestación experimental de la energía del punto cero es el efecto Casimir, observable en dispositivos a escala nanométrica.

Aunque se trata del estado de energía más bajo que puede tener un sistema o un campo, la energía del punto cero no puede ser eliminada completamente. Este concepto llama la atención de las personas que buscan obtener energía gratuita del vacío, dando lugar a la creación de diversas máquinas y dispositivos pseudocientíficos llamados "dispositivos de energía libre".

Por otra parte, también es de interés el hecho de el campo electromagnético en una cavidad formada por placas infinitamente grandes y perfectamente conductoras separadas por una distancia que puede describirse mediante las condiciones de contorno de campo eléctrico transversal nulo en el interior de las placas. Por simplicidad matemática, la cavidad puede rodearse de una caja finita, perfectamente conductora, que tiende a infinito.

## 2.4. Los estados cuánticos simples de la luz

### 2.4.1. El oscilador electromagnético

La luz ha sido descrita en el mundo cuántico como una combinación de modos representados por funciones de modo  $A_k(r, t)$ . Estas funciones contienen tanto los aspectos ondulatorios clásicos de la luz como los grados de libertad cuánticos representados por las amplitudes de los modos. El campo electromagnético es proporcional a la amplitud del modo, y el estado de la luz depende del estado cuántico, que puede variar desde un vacío cuántico a luz térmica o luz coherente producida por láseres. Adicionalmente, es importante tener en consideración los estados de incertidumbre mínima y la reducción del ruido cuántico.

Las propiedades ondulatorias del modo clásico se incluyen en la función de modo, y la relación de conmutación de Bose para los operadores de modo ( $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ ), esto es suficiente para deducir la física cuántica del modo.

A continuación, es de relevancia realizar una introducción a los operadores clave para el modo único. El operador de número de fotones  $\hat{n}$  es el equivalente cuántico de un módulo clásico de amplitud al cuadrado:

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a} \quad [3] \quad (2.90)$$

Y el operador de fase se expresa matemáticamente como:

$$\hat{U}(\theta) = \exp(-i\theta\hat{n}) \quad [3] \quad (2.91)$$

Por otro lado, el operador de desfase aplica un desfase de  $\theta$  a la amplitud  $\hat{a}$  cuando actúa sobre  $\hat{a}$ .

$$\hat{U}^\dagger(\theta)\hat{a}\hat{U}(\theta) = \hat{a}\exp(-i\theta) \quad [3] \quad (2.92)$$

Se puede observar fácilmente calculando la derivada de  $\hat{U}^\dagger\hat{a}\hat{U}$  con respecto a  $\theta$ :

$$\frac{d}{d\theta}\hat{U}^\dagger\hat{a}\hat{U} = i[\hat{n}, \hat{U}^\dagger\hat{a}\hat{U}] = \hat{U}^\dagger i[\hat{n}, \hat{a}]\hat{U} = -i\hat{U}^\dagger[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]\hat{U} = -i\hat{U}^\dagger\hat{a}\hat{U} \quad [3] \quad (2.93)$$

Por último, introducimos las cuadraturas, un par de operadores denominados  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$ . Estos operadores representan las componentes real e imaginaria de la amplitud compleja  $\hat{a}$ , que se multiplica por  $\sqrt{2}$ .

$$\hat{A}_k(r, t) = A_k(r, t)\exp(-i\theta)\hat{a} \quad [3] \quad (2.94)$$

En esta fase, el estado cuántico de Schrödinger se ve afectado. Mientras que los operadores permanecen inalterados, el estado sufre una transformación:

$$\hat{\rho}(\theta) = \hat{U}\hat{\rho}\hat{U}^\dagger \quad [3] \quad (2.95)$$

Para los modos monocromáticos,  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  representan las componentes en fase y fuera de fase de la amplitud del campo, respectivamente, con respecto a una referencia de fase. Son variables canónicamente conjugadas, como muestra la relación de conmutación bosónica

básica.

Las cuadraturas  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  se refieren a la posición y el momento de un sistema físico, con un valor constante de  $\hbar = 1$ . El número de fotones se describe mediante el operador  $\hat{n}$ , que se expresa en términos de  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$ . La relación entre estos valores se determina utilizando la relación de conmutación canónica :

$$\hat{E} = \hat{n} + \frac{1}{2} = \frac{\hat{q}^2}{2} + \frac{\hat{p}^2}{2} \quad [3] \quad (2.96)$$

Esta ecuación representa la energía de un oscilador armónico con masa y frecuencia unitarias. El modo único se comporta como un oscilador electromagnético, con posición  $\hat{q}$  y momento  $\hat{p}$ , y su energía se describe por el número de fotones más  $\frac{1}{2}$ , que incluye la energía de punto cero. Las intensidades de campo en todos los puntos del espacio y el tiempo oscilan en sincronía para un solo modo.

Las componentes  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  de la amplitud vibracional compleja  $\hat{a}$  del oscilador electromagnético no tienen nada que ver con la posición y el momento de un fotón, que son conceptos que causan dificultades. A pesar de ello, la relación de conmutación canónica proporciona la posibilidad de tratar  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  como si fueran ejemplos perfectos de cantidades similares a la posición y el momento. Esta analogía es una razón crucial por la que la óptica cuántica permite realizar algunos experimentos fundamentales de la física cuántica, aunque no se puedan hacer literalmente. También se debe tener en cuenta, el desplazamiento de fase rota las cuadraturas  $\hat{q}$ .

$$\hat{q}_\theta = \hat{q} \cos \theta + \hat{p} \sin \theta \quad [3] \quad (2.97)$$

$$\hat{p}_\theta = -\hat{q} \sin \theta + \hat{p} \cos \theta \quad [3] \quad (2.98)$$

### 2.4.2. Estados monomodo

El análisis de los estados monomodo incluye el estudio distintos estados del oscilador electromagnético y sus aplicaciones en matemáticas y física. Abarca los estados de cuadratura, los estados de Fock, la luz térmica y el estado realista más importante de la luz, los estados coherentes, que describen la luz láser coherente. Todos los estados se explican como estados propios de observables como las cuadraturas, el número de fotones y el operador de aniquilación, o como mezclas estadísticas de éstos.

#### Estados en cuadratura

Los estados de cuadratura hacen referencia a los estados propios de las cuadraturas,  $|q\rangle$  y  $|p\rangle$ , como estados de cuadratura y denotar que cumplen la condición:

$$\hat{q}|q\rangle = q|q\rangle \quad [3] \quad (2.99)$$

$$\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle \quad [3] \quad (2.100)$$

Las cuadraturas obedecen a la relación de conmutación canónica, lo que hace que su espectro sea ilimitado y continuo como la posición y el momento. También son ortogonales:

$$\langle q|q' \rangle = \delta(q - q') \quad [3] \quad (2.101)$$

$$\langle p|p' \rangle = \delta(p - p') \quad [3] \quad (2.102)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |q \rangle \langle q| dq = \int_{-\infty}^{+\infty} |p \rangle \langle p| dp = 1 \quad [3] \quad (2.103)$$

Está establecido de forma correcta que los estados de posición y momento se relacionan entre sí mediante la transformación de Fourier:

$$|p \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(+iqp) |q \rangle dq, \quad [3] \quad (2.104)$$

$$|q \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(+iqp) |p \rangle dp \quad [3] \quad (2.105)$$

Los estados de cuadratura no son propiamente normalizables, por lo que resulta difícil producirlos experimentalmente. A pesar de ello, desempeñan un papel en muchas técnicas matemáticas, como la introducción de funciones de onda de cuadratura:

$$\psi(q) = \langle q|\psi \rangle \quad [3] \quad (2.106)$$

$$\tilde{\psi}(p) = \langle p|\psi \rangle \quad [3] \quad (2.107)$$

A diferencia de los estados de cuadratura, las funciones de onda de cuadratura tienen un significado físico. Los cuadrados de sus magnitudes se corresponden con las distribuciones de probabilidad de cuadratura  $|\psi(q)|^2$  y  $|\tilde{\psi}(p)|^2$  del estado puro  $|\psi \rangle$ , que pueden medirse mediante detección homodina.

## Estados de Fock

En primer lugar, se definen los estados de Fock,  $|n \rangle$ , como los estados propios del operador de número de fotones  $\hat{n}$ :

$$\hat{n}|n \rangle = n|n \rangle \quad [3] \quad (2.108)$$

Los estados Fock son estados propios del operador del número de fotones, con un número fijo de fotones. Los estados Fock de un solo fotón y los pares de fotones pueden producirse mediante amplificación paramétrica, mientras que los estados de mayor número son difíciles de generar. Se han creado mediante átomos individuales y radiación de microondas en cavidades de alta calidad.

En segunda instancia, se examinarán los estados de Fock con más detalle. Si  $|n\rangle$  es un estado propio de  $\hat{n}$ , entonces  $\hat{a}|n\rangle$  es también un estado propio, con autovalor  $n - 1$ , de la siguiente forma:

$$\hat{n}\hat{a}|n\rangle = \hat{a}^\dagger\hat{a}^2|n\rangle = (\hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{a} - \hat{a})|n\rangle = (n - 1)\hat{a}|n\rangle \quad [3] \quad (2.109)$$

De forma similar, se puede demostrar que  $\hat{a}^\dagger|n\rangle$  es un estado propio de  $\hat{n}$  con autovalor  $n + 1$ . Como resultado, se obtienen las relaciones fundamentales:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n - 1\rangle, \quad [3] \quad (2.110)$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n + 1}|n + 1\rangle \quad [3] \quad (2.111)$$

Los prefactores para los operadores de creación y aniquilación se han determinado basándose en la propiedad de que el producto de los operadores de creación y aniquilación debe ser igual al valor propio  $n$  del operador de número de fotones. El operador de creación aumenta el número de fotones en pasos enteros, mientras que el operador de aniquilación lo disminuye. Los fotones fraccionarios no son posibles, ya que entrarían en contradicción con el valor propio  $n$  del operador del número de fotones.

Existen dos posibilidades cuando el número de fotones se convierte en cero mediante sucesivas reducciones enteras:

$$\hat{a}^\dagger\hat{a}|0\rangle = 0 \quad [3] \quad (2.112)$$

Una posibilidad es imponer la siguiente igualdad:

$$\hat{a}|0\rangle = 0 \quad [3] \quad (2.113)$$

Y la otra posibilidad sería:

$$\hat{a}|0\rangle \neq 0, \quad (2.114)$$

Pero,

$$\hat{a}^\dagger(\hat{a}|0\rangle) = 0 \quad [3] \quad (2.115)$$

En primer lugar, se examinará la primera de las posibilidades. Utilizando la descomposición en cuadratura del operador de aniquilación y la conocida fórmula de Schrödinger  $\hat{p} = \frac{-i\hbar}{\partial q}$  en la representación  $q$ , se llega a una ecuación diferencial para la función de onda  $\psi_0(q)$  del estado  $|0\rangle$ .

$$\hat{a}\psi_0(q) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q + \frac{\partial}{\partial q}\right)\psi_0(q) = 0 \quad [3] \quad (2.116)$$

Y la solución de la ecuación:

$$\psi_0(q) = \pi^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \quad [3] \quad (2.117)$$

En la representación del momento, se obtiene la misma fórmula para  $\tilde{\psi}_0(p)$ :

$$\tilde{\psi}_0(p) = \pi^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) \quad [3] \quad (2.118)$$

Ahora se va a realizar la representación del ruido en el vacío. Esta gráfica ha sido generada con Matlab. Para realizarla, en primer lugar se ha definido el tamaño de la muestra a representar (en este caso 500 muestras) y un vector  $q$  y otro  $p$ . Luego, se calculará la función de onda y la distribución de de probabilidad, ambas asociadas a un número de fotones (0 fotones en este caso).

Después, se realiza el cálculo de la función de onda en el espacio, en la cuadratura  $q$  (de posición). Se utiliza también la CDF (función de distribución acumulativa) para la generación de muestras aleatorias que sigan la función de distribución de los estados de Fock en el  $q$  (espacio de posición) y  $p$  (espacio del momento). Además, se generan también números distribuidos de forma aleatoria entre el valor 0 y el máximo de la función de distribución acumulativa.

A continuación, se realiza una búsqueda del valor de  $q$  o  $p$  en el cuál, la función de distribución acumulativa es igual o similar al valor generado de forma aleatoria.

En el caso de que se encuentre un valor que cumpla la condición de que dicho valor esté dentro del margen de 0.01, se almacena en un vector, que indica el índice del valor de  $q$  o  $p$ .

Finalmente, este valor es asignado a dos nuevos vectores (resultados finales) que son las muestras que han sido generadas de forma aleatoria y además, siguen la distribución de probabilidad de los estados de Fock en el espacio de posición ( $q$ ) y en el espacio del momento ( $p$ ).

El siguiente gráfico es una representación de diferentes muestras aleatorias que siguen la distribución de los Estados de Fock en  $q$  (cuadratura de momento) :

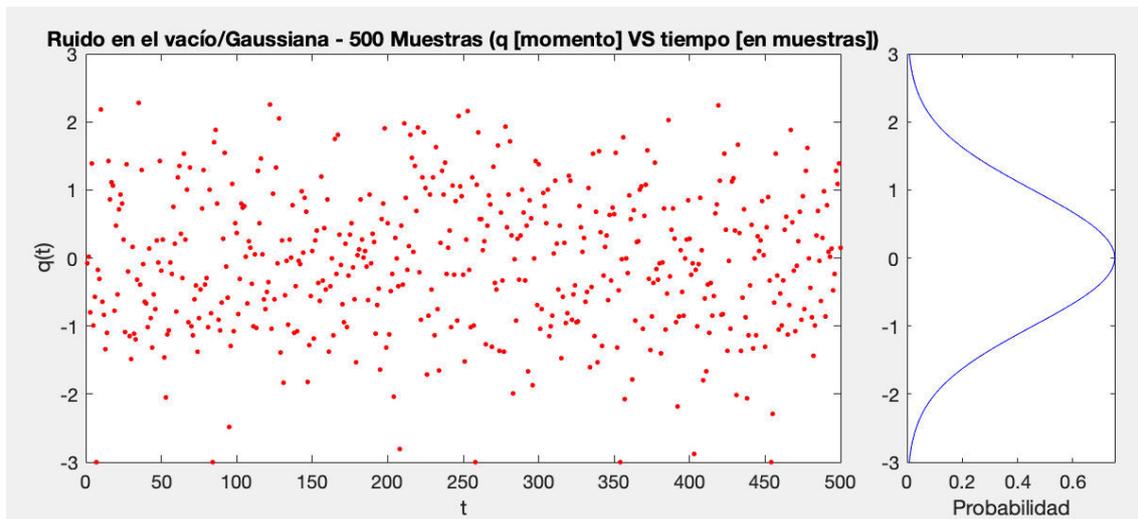


Fig. 2.2. Ruido en el Vacío [3].

Anteriormente, se ha demostrado que existe un estado con cero fotones, conocido como estado del vacío. Incluso si el modo de luz está completamente vacío, sigue existiendo un estado físicamente significativo asociado a este vacío que puede causar efectos físicos. El gráfico muestra la distribución de probabilidad de cuadratura  $|\psi_0(q)|^2$  del estado

de vacío medido mediante detección homodina, que se ilustra con la curva de Gauss. Las cuadraturas y las intensidades de campo siguen fluctuando constantemente, incluso en un vacío completo, debido al principio de incertidumbre de Heisenberg. La energía de fluctuación del estado de vacío da como resultado el término de vacío  $1/2$  en la energía del oscilador electromagnético y la fuerza de Casimir.

Por otra parte, los estados excitados de Fock son las soluciones de la ecuación para un estado inicial de vacío:

$$|n\rangle = \frac{\hat{a}^{\dagger n}}{\sqrt{n!}} |0\rangle \quad [3] \quad (2.119)$$

Existe una fórmula para las funciones de onda de los estados excitados Fock expresando la relación donde  $n = m - 1$  en la representación de Schrödinger, en la cuál se usa:

$$\hat{a}^{\dagger} \psi_{m-1}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q - \frac{\partial}{\partial q} \right) \psi_{m-1}(q) = \sqrt{m} \psi_m(q) \quad [3] \quad (2.120)$$

$$\psi_n(q) = \frac{H_n(q)}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \quad [3] \quad (2.121)$$

Después, se ha realizado una representación gráfica de los estados de Fock. Para llevar a cabo esta implementación en Matlab, en primer lugar, se crea un vector que almacena valores separados uniformemente. Después se calcula la función de onda de los estados de Fock para 0, 1 y 2 fotones, representadas en diferentes colores, azul, naranja y amarillo como indica la leyenda.

Por lo tanto la gráfica que muestra los estados de Fock se corresponde con la siguiente:

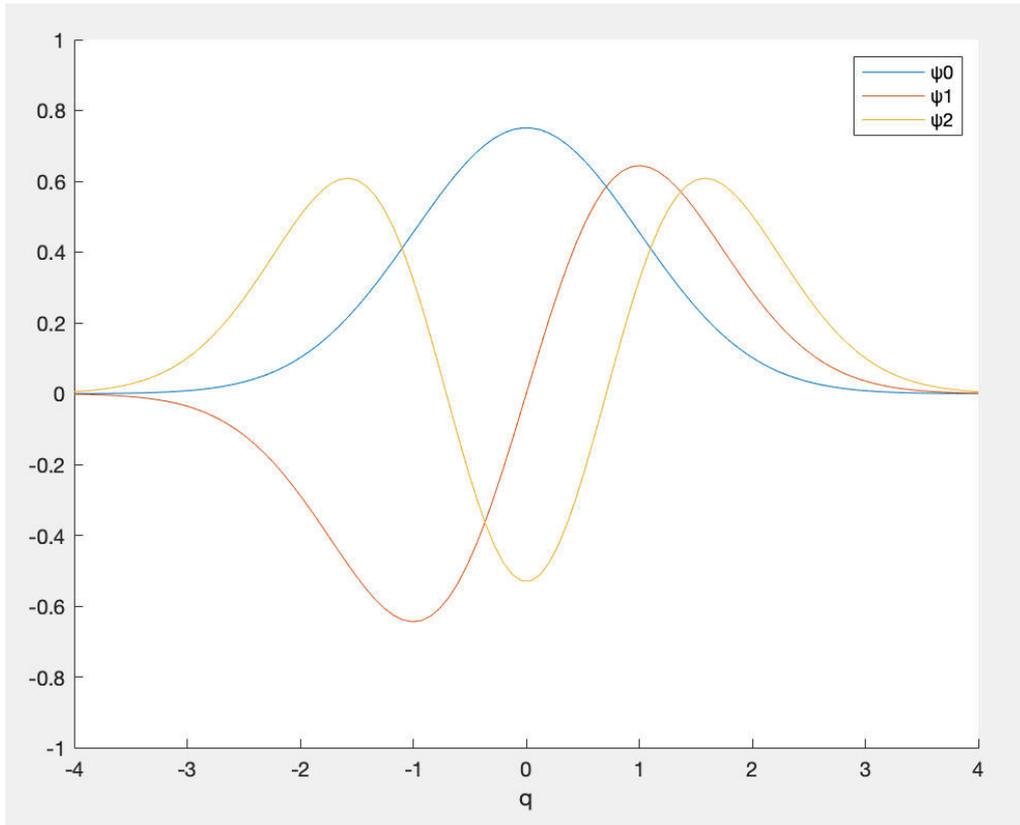


Fig. 2.3. Estados de Fock [3].

La figura representa las ondas de Schrödinger para distintos valores de cuadratura, entre el límite clásico del oscilador electromagnético. Las distribuciones, o las funciones de onda al cuadrado, tienen amplios rangos. Esto manifiesta que los estados de Fock, al ser similares a partículas, tienen amplitudes de cuadratura fluctuantes y no muestran rasgos de una onda clásica y estable.

La segunda posibilidad para la representación del estado de vacío con una función de onda  $\psi_0(q)$  implica que la función:

$$\hat{a}^{-1}\psi_0(q) = \hat{a}\psi_0(q) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q + \frac{\partial}{\partial q}\right)\psi_0(q) \quad [3] \quad (2.122)$$

cumpla,

$$\hat{a}^{\dagger}\hat{a}^{-1}\psi_0(q) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q - \frac{\partial}{\partial q}\right)\hat{a}^{-1}\psi_0(q) = 0 \quad [3] \quad (2.123)$$

$$\hat{a}^{-1}\psi_0(q) = C \exp\left(+\frac{q^2}{2}\right) \quad [3] \quad (2.124)$$

En este caso, no se puede normalizar. Como resultado, la solución no homogénea,  $\psi_0(q)$ , de la ecuación diferencial tampoco puede normalizarse. Esta solución se denomina función

de onda irregular del estado de vacío, y se representa por la expresión:

$$\varphi_0(q) = C \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \operatorname{erfi}(q) \quad [3] \quad (2.125)$$

con la función de error imaginario representada por erfi:

$$\operatorname{erfi}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(t^2) dt \quad [3] \quad (2.126)$$

El vacío irregular no es un estado físicamente significativo y debe rechazarse, pero por otra parte, puede tener aplicaciones físicas útiles.

Además, cabe destacar, que se ha demostrado que existe un único estado de vacío para el campo electromagnético, y todos los estados de Fock derivan de él. La ecuación de Schrödinger tiene dos soluciones fundamentales, regulares e irregulares, descartándose estas últimas como estados físicos. Los estados de Fock, que forman la base de Fock, deben ser completos y ortonormales, abarcando todo el espacio de Hilbert del oscilador electromagnético y siendo estados propios del operador hermitiano  $\hat{n}$ . Esto hace que los estados de Fock sean la base ortonormal más utilizada y conveniente en óptica cuántica.

### Los Estados Térmicos

Tanto La luz natural, como la luz solar o la luz de las lámparas, se produce cuando la luz interactúa con objetos calientes o es generada por fuentes de calor. Este tipo de luz se denomina radiación térmica y su energía y número de fotones pueden cambiar al interactuar con materiales calientes.

El estado cuántico de la luz térmica puede deducirse sin conocimientos previos de mecánica estadística cuántica. La luz térmica se encuentra en un estado estacionario que no cambia con el tiempo. Este estado estacionario se describe como una mezcla de estados Fock, que son los estados propios del Hamiltoniano. La forma más general de esta mezcla se representa como:

$$\hat{\rho} = \sum_n \rho_n |n\rangle \langle n| \quad [3] \quad (2.127)$$

La luz térmica es estacionaria y tiene un desorden máximo con una entropía  $S$  determinada por el intercambio constante de fotones con el material caliente. La conservación de la probabilidad total requiere que las probabilidades sumen 1. Para hacer máxima la entropía sujeta a las restricciones, se utilizan multiplicadores de Lagrange restando las restricciones de la entropía con prefactores variables. La ecuación para la entropía se representa como:

$$S = -k_B \sum_n \rho_n \ln \rho_n - a \left( \sum_n \rho_n - 1 \right) - b \left( \sum_n \rho_n E_n - E \right) \quad [3] \quad (2.128)$$

En este caso, "E" representa la energía media del modo. Para optimizar la entropía para

los parámetros "a" y "b", las derivadas de S con respecto a "a" y "b" deben ser cero. Esto garantiza que se cumplan las dos restricciones de la  $\rho_n$ . Si se cumplen las restricciones, la entropía modificada coincide con la entropía original. El extremo de S con respecto a todos los  $\rho_n$  y los parámetros "a" y "b", representados por los multiplicadores de Lagrange, resuelve el problema de optimización con restricciones. La derivada proporciona el siguiente resultado:

$$0 = \frac{\partial S}{\partial \rho_n} = -k_B(\ln \rho_n + 1) - a - bE_n \quad [3] \quad (2.129)$$

donde despejando  $\rho_n$ , obtenemos la siguiente solución:

$$\rho_n = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right) \quad [3] \quad (2.130)$$

donde T representa la temperatura y Z representa la función de partición o suma estadística, y puede expresarse como:

$$Z = \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right) \quad [3] \quad (2.131)$$

Finalmente, E indica la energía.

Combinando los resultados de las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\hat{H}}{k_B T}\right) \quad [3] \quad (2.132)$$

$$Z = Tr\left[\exp\left(-\frac{\hat{H}}{k_B T}\right)\right] \quad [3] \quad (2.133)$$

Para el caso particular de un único modo de luz, se utiliza el parámetro:

$$\beta = \frac{\hbar \omega}{k_B T} \quad [3] \quad (2.134)$$

## Estados coherentes

La luz láser es distinta de la luz térmica, ya que es una onda electromagnética coherente que se asemeja mucho a una onda electromagnética clásica. Los estados coherentes son los estados cuánticos que describen la luz láser ideal. Estos estados se definen como los estados propios del operador de amplitud, el operador de aniquilación  $\hat{a}$ , con:

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle \quad [3] \quad (2.135)$$

Los estados coherentes [19], también conocidos como estados Glauber, fueron introducidos en la óptica cuántica por Roy J. Glauber, que se inspiró en los paquetes de ondas coherentes de Erwin Schrödinger para el oscilador armónico. Los autovalores del operador de

aniquilación  $\hat{a}$  son complejos, que corresponden a las amplitudes de onda complejas en óptica clásica, con magnitudes representadas por  $|\alpha|$  y fases representadas por  $\arg \alpha$ . Sin embargo, la fase de la luz láser cambia con el tiempo debido a la emisión espontánea en el material activo del láser, por lo que el estado cuántico de la luz láser continua es un grupo de estados coherentes de fase aleatoria. Sin embargo, en los experimentos ópticos cuánticos típicos, toda la luz utilizada procede de un láser maestro, y las fases de todos los haces de luz fluctúan junto con el láser maestro, por lo que permanecen constantes con respecto a la luz maestra. Dado que el láser maestro establece una referencia global para todo el experimento, no notaríamos la fluctuación de fase y podemos considerar que la luz láser coherente se encuentra en un estado coherente con una fase fija.

Los estados coherentes representan la aproximación más cercana a los estados ondulatorios en mecánica cuántica y suelen denominarse estados clásicos. Los estados no clásicos, que no pueden verse como una combinación de estados coherentes, son un área de estudio clave en la óptica cuántica moderna, pero son difíciles de producir debido a su tendencia a convertirse en luz clásica con cualquier tipo de pérdida.

Se puede observar fácilmente que la energía media de un estado coherente es:

$$\langle \hat{E} \rangle = \langle \alpha | \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} | \alpha \rangle = |\alpha|^2 + \frac{1}{2} \quad [3] \quad (2.136)$$

A continuación, introduciendo el operador de desplazamiento:

$$\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}) \quad [3] \quad (2.137)$$

La expresión afirma que como  $i(\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a})$  es hermítico, el operador  $\hat{D}$  debe ser unitario. El operador  $\hat{D}(\alpha)$  cambia la amplitud  $\hat{a}$  por el número complejo  $\alpha$ :

$$\hat{D}^\dagger(\alpha) \hat{a} \hat{D}(\alpha) = \hat{a} + \alpha \quad [3] \quad (2.138)$$

El objetivo es examinar con más detalle la conexión entre los estados coherentes y el estado de vacío calculando las funciones de onda de las cuadraturas,  $\psi_\alpha(q)$  y  $\tilde{\psi}_\alpha(p)$ . Para ello, la amplitud compleja  $\alpha$  se separa en sus componentes real e imaginaria:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_0 + ip_0) \quad [3] \quad (2.139)$$

Y la expresión establece que el operador de desplazamiento se representa en términos de las cuadraturas  $\hat{q}$  and  $\hat{p}$ .

$$\hat{D} = \exp(ip_0 \hat{q} - iq_0 \hat{p}) \quad [3] \quad (2.140)$$

Ahora, usamos la fórmula de Baker-Hausdorff para dividir  $\hat{D}$  en tres partes:

$$\hat{D}(\alpha) = \exp\left(-\frac{ip_0 q_0}{2}\right) \exp(ip_0 \hat{q}) \exp(-iq_0 \hat{p}) \quad [3] \quad (2.141)$$

El operador  $\hat{p}$  es  $\frac{-i}{q}$  y la exponencial:

$$\exp\left(-q_0 \frac{\partial}{\partial q}\right) \psi(q) = \psi(q - q_0) \quad [3] \quad (2.142)$$

Los estados coherentes son estados en los que la función de onda de posición está desplazada respecto al estado de vacío de referencia y se describe mediante:

$$\psi_{\alpha}(q) = \psi_0(q - q_0) \exp\left(\frac{ip_0q_0}{2}\right) [3] \quad (2.143)$$

$$\psi_{\alpha}(q) = \pi^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{(q - q_0)^2}{2} + ip_0q - \frac{ip_0q_0}{2}\right) [3] \quad (2.144)$$

Del mismo modo, se puede derivar la función de onda del momento:

$$\tilde{\psi}_{\alpha}(p) = \pi^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{(p - p_0)^2}{2} - iq_0p + \frac{ip_0q_0}{2}\right) [3] \quad (2.145)$$

Ahora se va a realizar la representación del estado coherente. El estado coherente es de gran relevancia en física cuántica ya que se trata de un estado con propiedades especiales que sigue el comportamiento de un oscilador cuántico. Este estado tiene fase constante respecto al tiempo.

Para desarrollar el código respectivo en Matlab, se mantienen las implementaciones del número de muestras, el vector  $q$  y el  $p$  utilizados en la gráfica del ruido en el vacío. Además, se añaden variables como son la frecuencia, un nuevo vector que contiene valores separados de forma uniforme entre 0 y 2, para representar el tiempo; y dos valores más que muestran la posición y momento iniciales. Con todo lo mencionado, se procede a realizar la representación del estado coherente con su respectiva función de onda y las distribuciones de probabilidad asociadas:

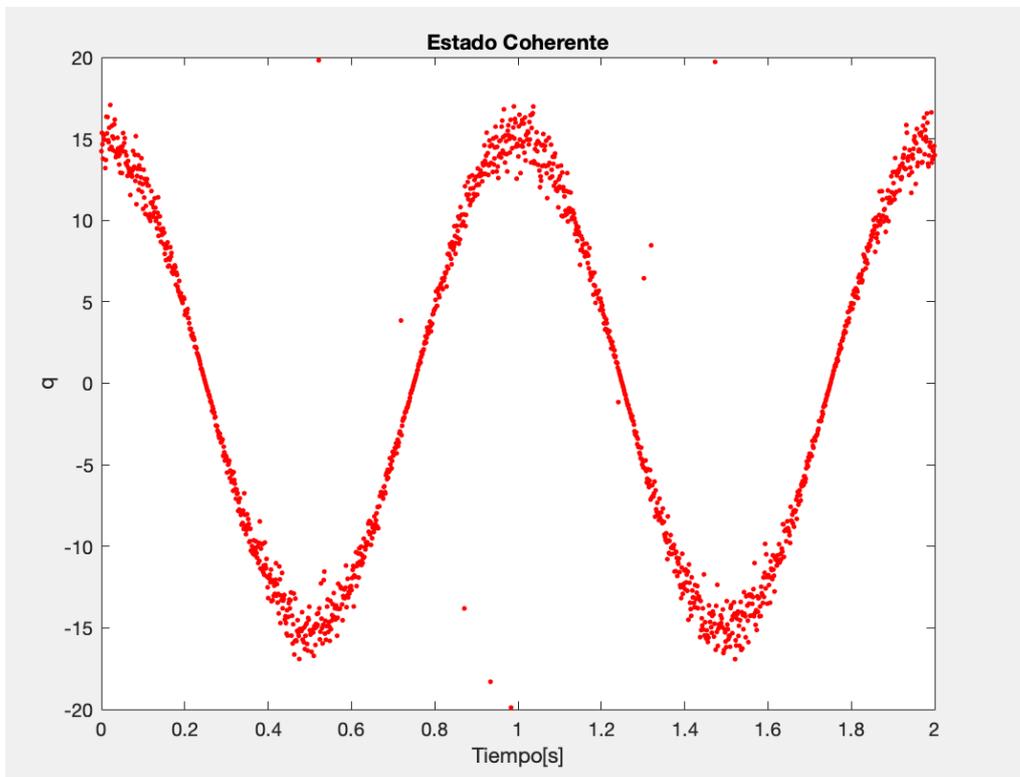


Fig. 2.4. Estado Coherente [3].

Una vez más, utilizaremos la fórmula de Baker-Hausdorff para dividir el operador de desplazamiento en tres componentes:

$$\hat{D} = \exp\left(-\frac{1}{2} |\alpha|^2\right) \exp(\alpha \hat{a}^\dagger) \exp(-\alpha^* \hat{a}) \quad [3] \quad (2.146)$$

Puesto que el operador de aniquilación elimina el estado de vacío, todos los términos de la expansión en serie de Taylor de  $\exp(-\alpha^* \hat{a})$  que implican potencias de  $\hat{a}$  darán cero cuando se apliquen a  $|0\rangle$ , excepto el término constante 1. Por tanto, la exponencial  $\exp(-\alpha^* \hat{a})$  no tiene efecto alguno sobre el estado de vacío. Por lo tanto, la exponencial  $\exp(-\alpha^* \hat{a})$  no tiene efecto sobre el estado de vacío. Por otro lado, se expande la exponencial  $\exp(\alpha \hat{a}^\dagger)$  en el desdoblamiento utilizando la serie de Taylor y aplicamos la fórmula para los estados Fock  $|n\rangle$ . Como resultado, se obtiene:

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} |\alpha|^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad [3] \quad (2.147)$$

La representación de Fock demuestra que un estado coherente presenta una estadística poissoniana para los fotones.

$$p_n = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \exp(-|\alpha|^2) \quad [3] \quad (2.148)$$

En conclusión, los fotones de un estado coherente se comportan como partículas clásicas distribuidas aleatoriamente cuando se cuentan. Esto tiene sentido, ya que los estados coherentes presentan características ondulatorias.

Los estados coherentes no son perfectamente ortogonales entre sí, ya que no son estados propios de un operador hermítico. Pueden considerarse aproximadamente ortogonales si las diferencias en sus amplitudes son sustanciales. Esta conclusión puede extraerse del análisis en la representación de Fock:

$$\langle \alpha' | \alpha \rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2} - \frac{|\alpha'|^2}{2} + \alpha'^* \alpha\right) \quad [3] \quad (2.149)$$

### 2.4.3. Incertidumbre y presión

Wolfgang Pauli demostró que los estados coherentes tienen la menor incertidumbre estadística en sus amplitudes de cuadratura posible en mecánica cuántica. Los estados coherentes tienen la misma incertidumbre estadística que el estado de vacío. La amplitud compleja media de cualquier otro estado candidato puede denotarse por  $\alpha$ :

$$\langle \psi | \hat{a} | \psi \rangle = \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} (q_0 + ip_0) \quad [3] \quad (2.150)$$

Una vez en este punto, se elimina la consideración de la amplitud  $\alpha$  utilizando ahora el operador de desplazamiento para la obtención de un nuevo estado:

$$|\varphi\rangle = \hat{D}(-\alpha) |\psi\rangle \quad [3] \quad (2.151)$$

que tiene el mismo nivel de ruido de cuadratura que el estado  $|\psi\rangle$ . Las varianzas de la posición  $q$  y  $p$  se indican como:

$$\Delta^2 q = \langle \psi | (\hat{q} - q_0)^2 | \psi \rangle \quad [3] \quad (2.152)$$

$$\Delta^2 p = \langle \psi | (\hat{p} - p_0)^2 | \psi \rangle \quad [3] \quad (2.153)$$

Ahora, se utiliza el argumento de Pauli y afirmamos que para la función de onda de posición  $\varphi(q)$  de  $|\varphi\rangle$ , el valor de la cantidad:

$$\delta = \left| \frac{q}{2\Delta^2 q} \varphi + \frac{\partial \varphi}{\partial q} \right|^2 \quad [3] \quad (2.154)$$

Después, se representará la desviación de las varianzas de sus valores de vacío con un número real  $\zeta$ , conocido como el parámetro de compresión:

$$\Delta^2 q = \frac{1}{2} e^{-2\zeta} \quad [3] \quad (2.155)$$

$$\Delta^2 p = \frac{1}{2} e^{+2\zeta} \quad [3] \quad (2.156)$$

Esencialmente, el producto de  $\Delta q$  y  $\Delta p$  es igual al valor mínimo de  $\frac{1}{2}$ . Para comprimir el vacío, podemos escalar matemáticamente la función de onda de posición  $\psi_0$  para el estado de vacío.

$$\varphi(q) = e^{\frac{\zeta}{2}} \psi_0(e^{\zeta} q) \quad [3] \quad (2.157)$$

El escalado de la función de onda de posición  $\psi_0$  también afecta a la función de onda de momento  $\tilde{\varphi}(q)$ , ya que se deriva a través de la transformación de Fourier de la función de onda de posición. El prefactor  $\exp(\frac{\zeta}{2})$  se incluye para preservar la normalización de  $\varphi(q)$ . Entonces:

$$\tilde{\varphi}(q) = e^{-\frac{\zeta}{2}} \tilde{\psi}_0(e^{-\zeta} q) \quad [3] \quad (2.158)$$

Esta fórmula sugiere que a medida que la función de onda de posición se comprime, la función de onda de momento se estira, y a la inversa, a medida que la función de onda de posición se estira, la función de onda de momento se comprime. Ahora, vamos a diferenciar  $\varphi$  con respecto al parámetro de compresión ( $\zeta$ ):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = \frac{1}{2} (i\hat{q}\hat{p} + i\hat{p}\hat{q}) \varphi \quad [3] \quad (2.159)$$

Se puede expresar la solución a la ecuación diferencial representada por  $i\hat{q}\hat{p} + i\hat{p}\hat{q} = \hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2}$  utilizando el operador unitario:

$$\hat{S}(\zeta) = \exp\left(\frac{\zeta}{2}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2})\right) \quad [3] \quad (2.160)$$

Y para el estado del vacío comprimido:

$$|\varphi\rangle = \hat{S}(\zeta)|0\rangle \quad [3] \quad (2.161)$$

La prueba de Pauli muestra que todos los estados con incertidumbre mínima son estados gaussianos que han sido desplazados, lo que significa que sus funciones de onda en el vacío han sido reescaladas y desplazadas. Esto implica que todos los estados con incertidumbre mínima son también vacíos comprimidos desplazados, representados como:

$$|\psi\rangle = \hat{D}(\alpha)\hat{S}(\zeta)|0\rangle \quad [3] \quad (2.162)$$

que poseen funciones de onda asociadas a su posición:

$$\psi(q) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{\frac{\zeta}{2}} \exp\left(-e^{2\zeta} \frac{(q - q_0)^2}{2} + ip_0q - \frac{ip_0q_0}{2}\right) \quad [3] \quad (2.163)$$

Se ha descubierto un proceso físico para generar experimentalmente luz comprimida interpretando el operador de compresión  $\hat{S}(\zeta)$  como un operador de evolución que representa el resultado de la interacción descrita por el operador de interacción:

$$\hat{H}_{int} = x(b^* \hat{a}^2 - b \hat{a}^{\dagger 2}) \quad [3] \quad (2.164)$$

La representación gráfica del ruido de cuadratura de un vacío comprimido, se realiza exactamente de la misma forma que la representación del estado coherente pero añadiendo a su respectiva función de onda el parámetro de compresión correspondiente, en este caso se le ha asignado un valor de 0.5:

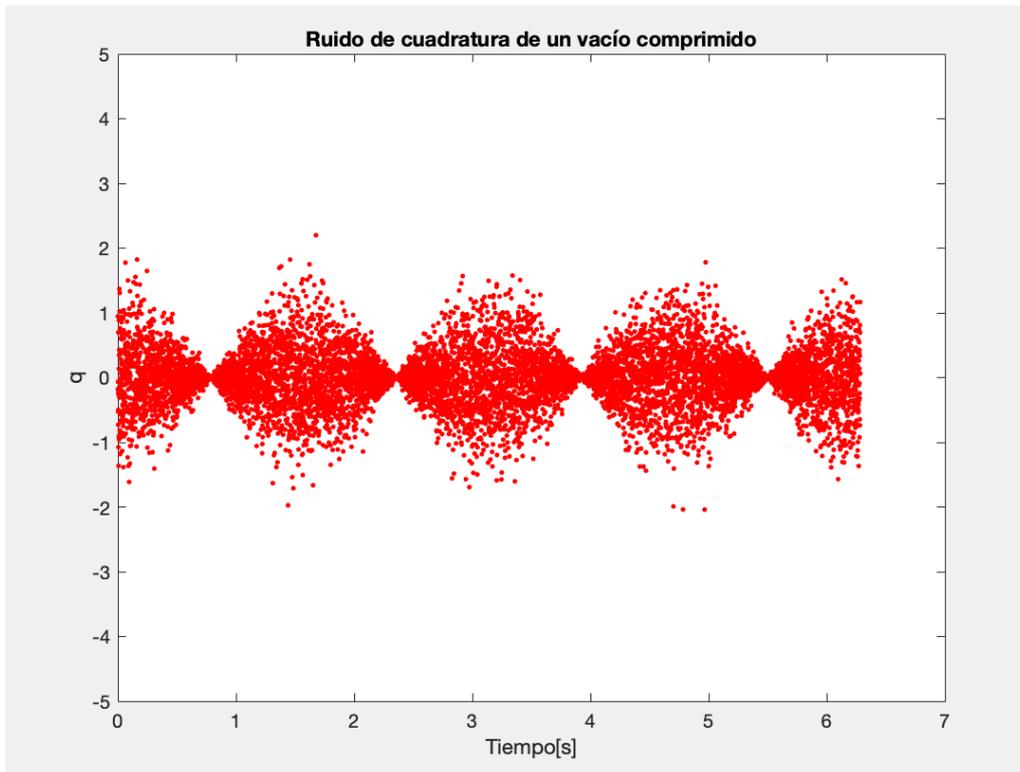


Fig. 2.5. Ruido de cuadratura de un vacío comprimido [3].

De nuevo, la representación que se realiza a continuación, la del Estado de Amplitud Comprimada en la Cuadratura  $q$ , de posición, es muy similar a la realizada anteriormente. El único cambio significativo, es la modificación del valor del parámetro de compresión, que en este caso está formado por el producto del valor absoluto del parámetro de compresión de amplitud y la exponencial del doble del parámetro de compresión de la fase:

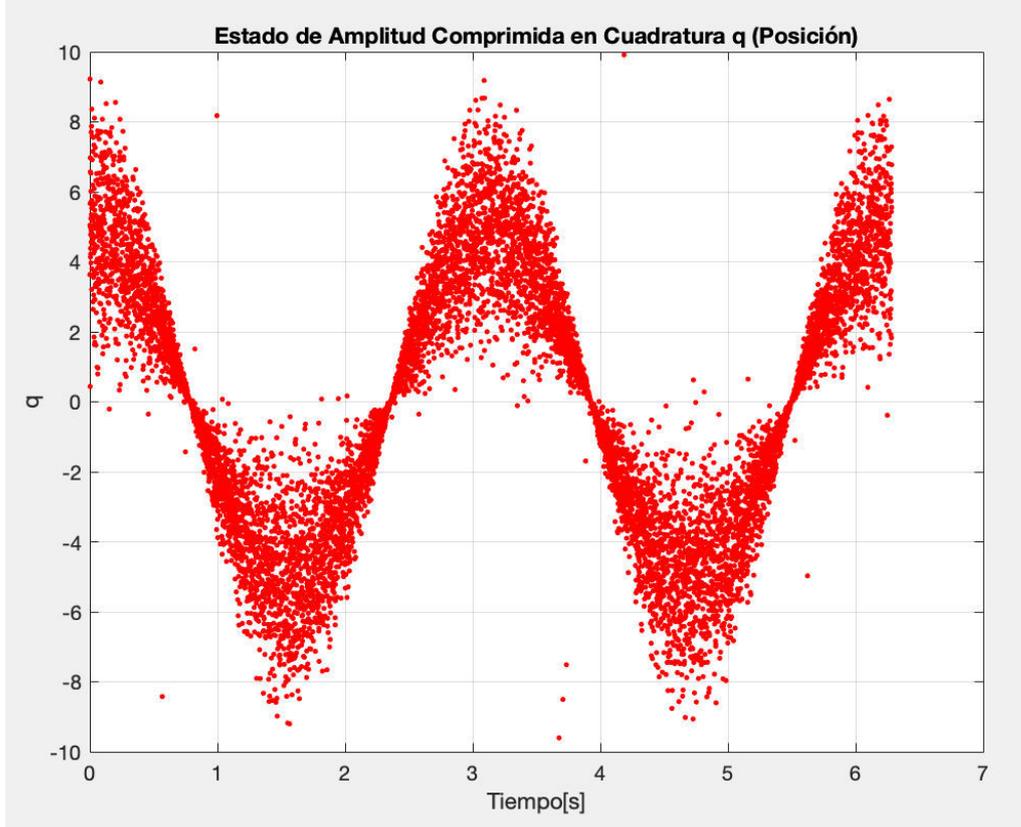


Fig. 2.6. Estado de Amplitud Comprimada en Cuadratura  $q$  (Posición) [3].

El parámetro de compresión  $\zeta$  está asociado a la óptica no lineal y es un producto de la amplitud, la constante de acoplamiento y el tiempo de interacción. La luz exprimida se genera mediante amplificación paramétrica degenerada bombeando un KTP similar a un cristal con un haz láser del doble de la frecuencia del modo de interés. El cristal actúa como un columpio que se modula al doble de su frecuencia, amplificando las variaciones del vacío en fase y exprimiendo las fluctuaciones fuera de fase.

Generar un vacío exprimido requiere una bomba y produce energía, que puede cuantificarse examinando los cambios en las cuadraturas resultantes de la aplicación del operador de exprimido:

$$\hat{S}^\dagger(\zeta) \hat{q} \hat{S}(\zeta) = \hat{q} e^{-\zeta} \quad [3] \quad (2.165)$$

$$\hat{S}^\dagger(\zeta) \hat{p} \hat{S}(\zeta) = \hat{p} e^{+\zeta} \quad [3] \quad (2.166)$$

Porque ajusta la magnitud de las funciones propias de  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  de forma proporcional. Si

sustituimos an en la fórmula anterior y obtenemos:

$$\hat{S}^\dagger(\zeta)\hat{a}\hat{S}(\zeta) = \hat{a} \cosh\zeta - \hat{a}^\dagger \sinh\zeta \quad [3] \quad (2.167)$$

Y para expresar la energía:

$$\langle \psi | \hat{E} | \psi \rangle = |\alpha|^2 + \frac{1}{2} + \sinh^2\zeta \quad [3] \quad (2.168)$$

La ecuación analiza los distintos componentes que contribuyen a la energía de un sistema, incluida la energía coherente, la energía de vacío y la energía de fluctuación. En concreto, la energía de fluctuación está relacionada con la luz comprimida que genera una bomba, y las cuadraturas comprimida y estirada de la luz contribuyen a la energía total del sistema. Esto significa que incluso un vacío comprimido tiene energía asociada.

A continuación, se calculará la distribución del número de fotones o la distribución de energía para un vacío comprimido, que se denota como:

$$p_n = | \langle n | \hat{S}(\zeta) | 0 \rangle |^2 \quad [3] \quad (2.169)$$

Un estado de vacío comprimido y un estado de vacío tienen simetría perfecta cuando se cambia el signo de la amplitud de cuadratura q, porque sus funciones de onda son pares, lo que significa que tienen el mismo valor cuando q se sustituye por -q. Las funciones de onda de los estados Fock son pares cuando el número de fotones es par e impar cuando el número de fotones es impar. Como resultado, la integral es cero para números impares de fotones, y se condige la siguiente expresión:

$$p_{2m+1} = 0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad [3] \quad (2.170)$$

Un vacío comprimido sólo contiene pares de fotones, lo que es consecuencia de la simetría especular de la compresión. La razón de esta propiedad está relacionada con la forma en que se genera un vacío comprimido, que implica la creación de pares de fotones en un proceso paramétrico. La probabilidad de encontrar un par de fotones en un vacío exprimido viene dada por:

$$p_{2m} = \binom{2m}{m} \frac{1}{\cosh\zeta} \left( \frac{1}{2} \tanh\zeta \right)^{2m} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad [3] \quad (2.171)$$

Los fotones se generan independientemente con una probabilidad que es proporcional a la mitad del parámetro de compresión para un bombeo débil, y el proceso de generación se satura para un bombeo más fuerte. Se observan pares de 2m fotones, que son partículas clásicas distinguibles e indistinguibles del detector. El detector detecta m pares cualesquiera de partículas 2m, lo que conduce a una mejora estadística que se describe mediante el coeficiente binomial que es:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad [3] \quad (2.172)$$

Los fotones se generan por pares, pero a veces sólo se observa un fotón de un par debido a las ineficiencias de detección. Esto da lugar a la aparición de números impares de fotones con una probabilidad distinta de cero.

Finalmente, es importante mencionar que los estados comprimidos son estados cuánticos puros que tienen propiedades cuánticas distintas. No pueden describirse como mezclas estadísticas de estados coherentes. Algunos ejemplos de sus propiedades son la reducción del ruido de cuadratura por debajo del nivel del vacío y el emparejamiento de fotones de vacíos comprimidos. Estas propiedades dejan claro que los estados comprimidos no son clásicos.

## **2.5. Principales Tecnologías utilizadas en comunicaciones cuánticas**

### **2.5.1. Introducción**

Las tecnologías cuánticas están revolucionando diversos campos de la ciencia y la tecnología, abriendo nuevas posibilidades en el ámbito de las comunicaciones. Estas tecnologías representan un cambio radical respecto a la forma en que se interactúa tanto con la información como con el mundo de forma generalista.

En el ámbito de las comunicaciones, la propiedad más destacable en la actualidad sobre las tecnologías cuánticas es la seguridad ofrecida en la transmisión de datos o de cualquier tipo de información.

Las tecnologías cuánticas, como las comunicaciones seguras, los sensores, la simulación cuántica y la computación cuántica, están transformando en gran medida aspectos importantes de la vida cotidiana e incluso del mundo tecnológico. Estos sistemas basan su comportamiento en los principios de la mecánica cuántica, que como ya se ha mencionado en ocasiones anteriores describe el comportamiento de partículas y sistemas a una escala subatómica.

Desgranando poco a poco cada una de estas tecnologías, las comunicaciones seguras utilizan la naturaleza de las partículas cuánticas para garantizar que la información transmitida sea inmune a cualquier ataque criptográfico.

Por otro lado, un sensor cuántico es un dispositivo que utiliza los principios de la mecánica cuántica para detectar cambios en el movimiento que son muy pequeños, que casi no se pueden percibir. Estos sensores están basados en los niveles de energía que se encuentran en los átomos, lo que se espera que les conceda una precisión lo suficientemente alta. Sin embargo, hasta ahora, los sensores cuánticos únicamente han sido capaces de detectar unas pocas frecuencias específicas de estos campos electromagnéticos, por lo que su utilidad hasta el momento sigue siendo limitada en determinados ámbitos.

Los simuladores cuánticos, por su parte, son ordenadores cuánticos diseñados concretamente para abordar problemas de excesiva dificultad que se encuentran fuera del alcance de las capacidades que poseen los ordenadores clásicos. Como ocurre en el caso de los sensores cuánticos, hasta ahora, estos avances se han limitado a un conjunto reducido de problemas fundamentales de la física cuántica y solo pueden ser resueltos o estudiados por equipos con un gran nivel de especialización que trabajan en laboratorios dedicados a la investigación.

Finalmente, la computación cuántica, conforma una nueva generación de ordenadores con unas capacidades extremadamente desarrolladas, que se aprovechan del conocimiento de la mecánica cuántica. Estos ordenadores buscan superar las limitaciones de la informática clásica. Aunque la implementación práctica de la computación cuántica se encuentra todavía en un proceso complejo, ya que para conseguir explotar esta tecnología al máximo es necesario enfrentar desafíos de gran dificultad. Además, ofrece la posibilidad de realizar múltiples operaciones al mismo tiempo y superar los efectos de túnel que afectan a la programación actual.

Teniendo en cuenta las tecnologías cuánticas introducidas anteriormente, es fácil de saber que la física cuántica es una disciplina que ha causado una gran revolución, además de transformar la comprensión humana sobre el mundo.

Gracias a los avances proporcionados por las tecnologías cuánticas, se han abierto nuevas perspectivas que anteriormente se encontraban todavía en el inicio de su desarrollo, como puede ocurrir con los avances cuánticos en el ámbito de la medicina, la criptografía e incluso la inteligencia artificial.

### 2.5.2. Comunicaciones seguras

El objetivo principal de las comunicaciones analógicas [20] hasta la aparición de las comunicaciones digitales, se ha basado en establecer y garantizar comunicaciones eficientes que tengan un gran nivel de seguridad. Para conseguir este propósito, se ha optado por las aplicaciones que proporcionan las ciencias como la mecánica cuántica, las telecomunicaciones e incluso la informática, donde el propósito final será el desarrollo de nuevas tecnologías de comunicaciones cuánticas.

Fundamentalmente, las comunicaciones cuánticas están basadas en el entrelazamiento entre dos partículas. La propiedad del entrelazamiento es el fenómeno mediante el cual dos partículas tienen la capacidad de relacionarse entre sí, independientemente de la distancia a la que se encuentren. Actualmente, esta propiedad es considerada de gran importancia en el mundo de la informática cuántica, además puede ser aprovechada en el diseño de métodos de transmisión de la información innovadores.

En comunicaciones cuánticas [21], el entrelazamiento proporciona la capacidad para transmitir la información de una forma segura y rápida. Tomando como referencia las comunicaciones clásicas, las cuales basan su comportamiento en la transmisión de información a través de la transmisión de bits, en las comunicaciones cuánticas lo que se transmiten son qubits, que son unidades de información cuántica descritos habitualmente como elementos cuánticos transportadores de información o datos cuánticos. Estas unidades poseen la capacidad de mantenerse en estados superpuestos, lo que da lugar a la representación de una gran cantidad de valores de forma concurrente. Además, el entrelazamiento cuántico genera la posibilidad de que exista una correlación inseparable entre los qubits para obtener una mayor seguridad en el transporte de la propia información.

Por otra parte, la utilización del entrelazamiento cuántico en comunicaciones cuánticas ha dado lugar al avance de nuevos protocolos y técnicas de transporte. Así ocurre en el caso de la distribución cuántica de claves, que proporciona seguridad en la transmisión de información sensible.

La distribución cuántica de claves, QKD, establece la base de su comportamiento en los principios de la mecánica cuántica para desarrollar claves criptográficas.

La capacidad de utilizar el entrelazamiento cuántico en las comunicaciones cuánticas ha llevado al desarrollo de nuevas técnicas y protocolos, como la distribución cuántica de claves (QKD), que garantizan la seguridad en la transmisión de información sensible. La QKD utiliza principios de la mecánica cuántica para generar claves criptográficas que son prácticamente indescifrables sin ser detectadas.

En un futuro no muy lejano, la presencia de los ordenadores cuánticos, podría llegar a traer consecuencias devastadoras tanto a nivel económico como a nivel social. Este impacto, vendría dado por la capacidad de estas máquinas para descifrar algoritmos criptográficos que actualmente se encuentran en auge y son muy utilizados. Además, la aparición de estas nuevas tecnologías también causaría la desconfianza de los sistemas clásicos que ya encuentran desarrollados.

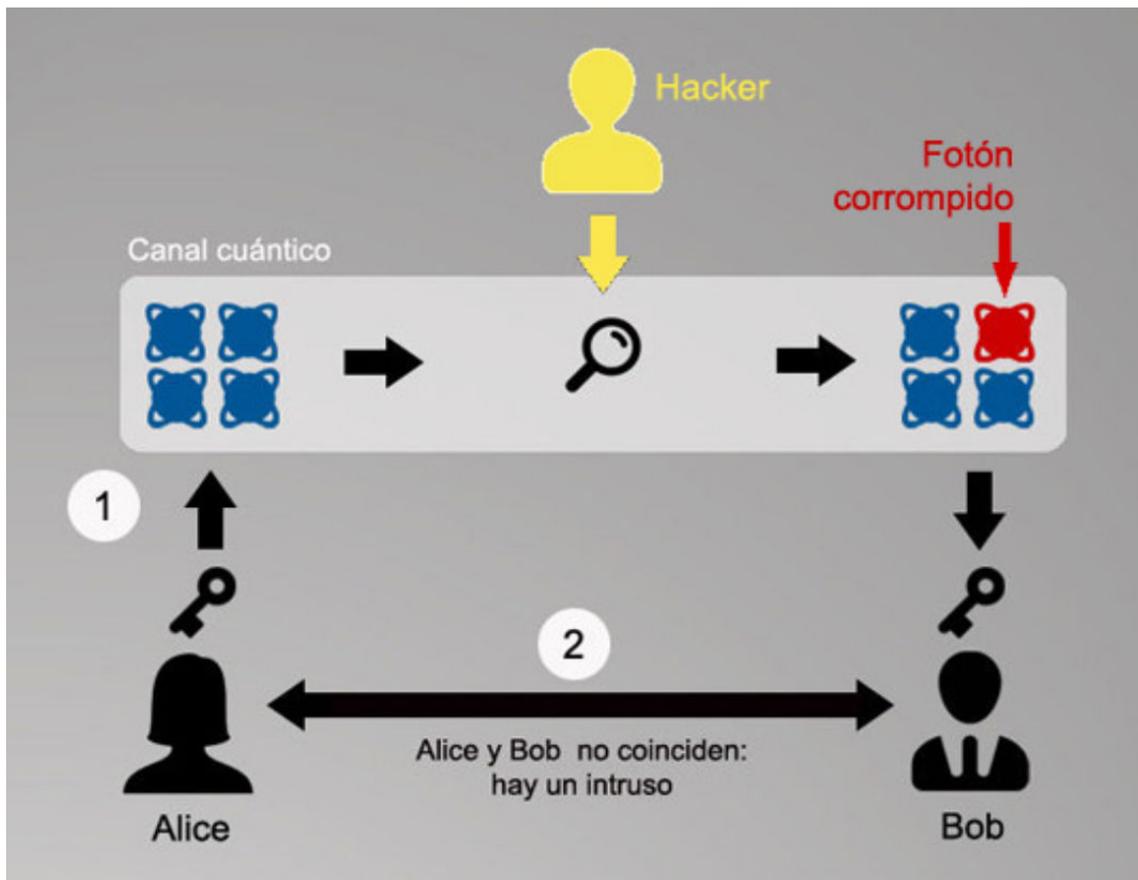


Fig. 2.7. Distribución Cuántica de Claves [22].

No obstante, hay una gran cantidad de desafíos que deben superarse para realizar una buena implementación, veloz y segura, de la criptografía cuántica.

Entre los desafíos existentes, destaca, en el ejemplo mencionado anteriormente de la distribución de claves, la distancia existente entre cada uno de los participantes de la propia distribución. La separación entre los participantes causa un problema ya que la tasa de distribución va disminuyendo a medida que la distancia va aumentando.

Finalmente, las comunicaciones cuánticas son un avance muy innovador con aplicaciones relevantes en el ámbito de las telecomunicaciones, donde cabe reiterar la importancia del establecimiento de sus bases en las propiedades proporcionadas por la mecánica cuántica, entre las que destaca el entrelazamiento cuántico.

### Ventajas

La principal ventaja de las comunicaciones cuánticas [21], en términos de seguridad, se basa en la protección contra posibles interceptaciones o escuchas en la vía de comunicación.

Actualmente, se están comenzando a realizar experimentos demostrando las capacidades generadas por las tecnologías proporcionadas por las comunicaciones cuánticas.

El mecanismo más llamativo en estos momentos, es la ya mencionada distribución cuántica.

tica de claves, que ha sido un método disruptivo en mecánica cuántica para proporcionar y distribuir claves entre dos participantes de forma totalmente segura.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que los canales de comunicación cuántica tienen funcionalidades limitadas en la Tierra. Las pérdidas en las fibras ópticas y la capacidad de detección de fotones existente en la tecnología actual acota la distancia máxima del enlace sin el uso de amplificación (aumento de las señales o de la amplitud de un sistema cuántico), mientras que en la transmisión de información en el vacío, el límite está determinado por la línea que separa el cielo y la tierra. Si se combinan las conexiones cuánticas en el espacio con las fibras, se podría lograr obtener un gran nivel de comunicación en la Tierra a nivel global.

En el espacio, no existen estos problemas de conexiones. Existen una gran cantidad de enlaces seguros que forman parte de las aplicaciones espaciales y facilitan en gran medida la comunicación entre las estaciones terrestres que están separadas una determinada distancia a través del segmento espacial.

### 2.5.3. Sensores cuánticos

Los sensores cuánticos [23] tienen un gran poder para transformar nuestra capacidad a la hora de entender o percibir el interior de la Tierra con una precisión inigualable. Este dispositivo, además de lograr detectar y ubicar estructuras u objetos que se encuentran en un lugar poco visible, bajo la superficie de una forma extremadamente precisa, también destaca por su destreza para predecir erupciones volcánicas y eventos sísmicos en un tiempo bastante limitado en comparación con otras tecnologías ya existentes que realizan esta misma acción [24]. Gracias a su estrategia cuántica, este sensor es capaz de captar cambios prácticamente imperceptibles en el campo electromagnético y otras señales que también se encuentran íntimamente relacionadas con la actividad sísmica y volcánica.

La precisión que posee un sensor cuántico, esta basada en los principios de la física cuántica, los cuales proporcionan la posibilidad de realizar un análisis exhaustivo de las propiedades, composición y diferentes características que tiene el subsuelo.

Además, la eficiencia del sensor cuántico se destaca por sus tiempos de respuesta, que son de forma habitual notablemente más rápidos en comparación con los tiempos que manejan otras tecnologías disponibles en la actualidad. La capacidad de análisis y procesamiento de datos habilita a una posterior evaluación y una captura de los propios datos, en un tiempo como el que suelen proporcionar los métodos más clásicos.



Fig. 2.8. Sensor Cuántico - Radiación sintéticamente Activa [25].

Por otra parte, la comercialización e implementación de los sensores cuánticos no parece encontrarse muy lejos de la realidad actual, y se espera su aparición en un futuro no muy lejano, ya que se trata de dispositivos los cuáles tienen un proceso de fabricación relativamente sencillo.

También, es relevante tener en cuenta, que los sensores cuánticos son excesivamente sensibles a las variables físicas, como pueden ser la vibración, el campo eléctrico o la gravedad [21]. Generan una respuesta que llama la atención ante cualquier tipo de cambio.

Respecto al funcionamiento de los sensores cuánticos [26], es necesario llevar a cabo la medida de los qubits que indican el estado del sensor con la finalidad de obtener bits clásicos que puedan ser combinados con los bits generados por los sensores clásicos. Esta técnica es conocida como Fusión Tradicional de Datos.

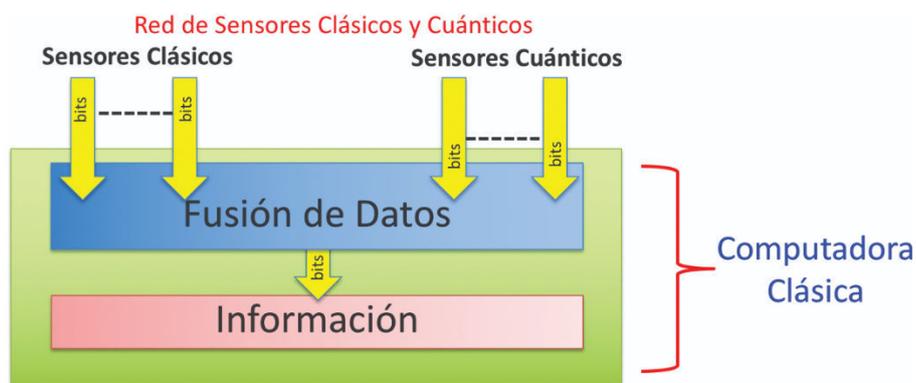


Fig. 2.9. Fusión Tradicional de los Datos [26].

La mayor parte de los algoritmos utilizados para la fusión tradicional de datos [26] necesitan recursos computacionales bastante complejos para conseguir procesar grandes cantidades de información. Por lo tanto, la siguiente técnica, que se lleva a cabo sería la fusión Cuántica de Datos, cuyo funcionamiento consiste en aprovechar las capacidades de las que está dotado un ordenador cuántico para proporcionarle más velocidad a el proceso clásico de fusión de información.

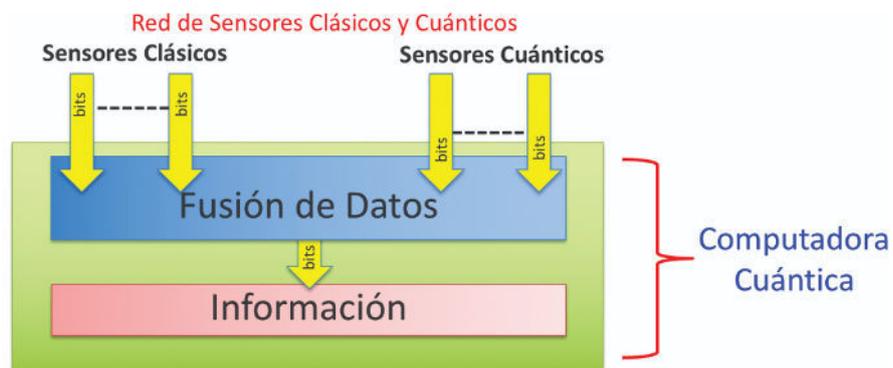


Fig. 2.10. Fusión Cuántica de los Datos [26].

Es importante tener en consideración que los sensores cuánticos son dispositivos que utilizan los fenómenos cuánticos para mejorar sus características y habilidades en comparación con los sensores clásicos [26]. Sin embargo, al realizar medidas de la información que capta por el propio sensor, esta información se convierte en bits tradicionales para su posterior traslado a un centro de procesamiento de información. Y este es el motivo por el cual se ha diseñado otra técnica de fusión de datos en la cual se tenga en cuenta el estado de cada uno de los sensores cuánticos antes de realizar la medida. Este estado es representado mediante qubits y estos qubits pueden ser enviados a un ordenador cuántico, a través de teletransportación cuántica, de forma que el estado cuántico final de los sensores se represente con qubits dentro del ordenador cuántico. De esta manera, no se pierde información cuántica durante el proceso de realización de la medida. Esta técnica es conocida como Fusión de Datos Cuánticos.

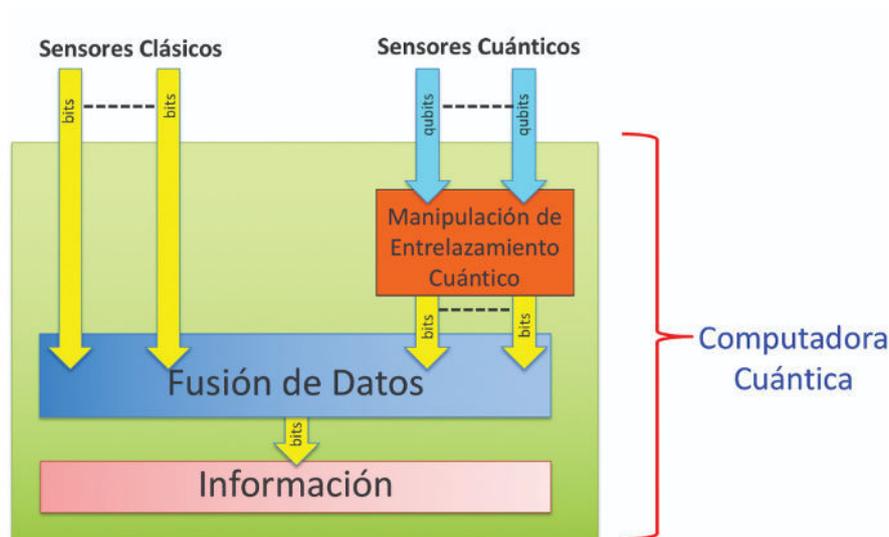


Fig. 2.11. Fusión de Datos Cuánticos [26].

Por último, existe otra técnica totalmente innovadora. En este caso, se considera que los qubits que describen el estado de los sensores como variables cuánticas dinámicas [26]. Es decir, en vez de representar el estado final de los sensores después del proceso de detección, los qubits representan el estado intermedio de los sensores, cuyo estado sigue evolucionando debido a su interacción con el entorno. Cada sensor cuántico de la red trabaja en forma de qubits lógicos que forman parte de un ordenador cuántico extendido y pueden ser operados dinámicamente por el procesador cuántico.

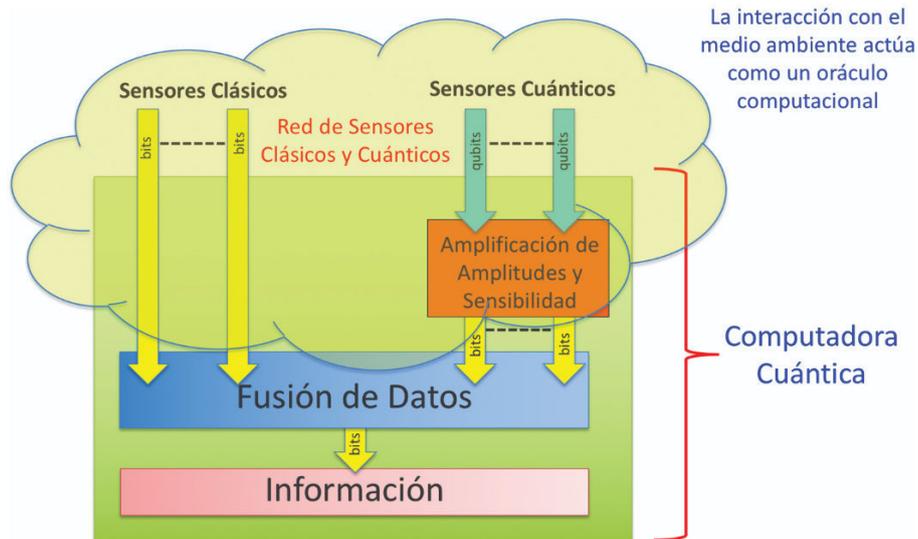


Fig. 2.12. Fusión Extendida de Datos Cuánticos [26].

En resumen, un sensor cuántico representa un instrumento innovador en la profunda investigación del subsuelo terrestre. Su gran capacidad para situar objetos y estructuras que se encuentran ocultas en el interior de la tierra y su habilidad para predecir terremotos y erupciones volcánicas, aportan una precisión inigualable y una velocidad considerable respecto a la que tienen las tecnologías ya existentes.

## Ventajas

Existen diferentes tipos de sensores [27]. Por ejemplo, el sensor de campo magnético basado en tecnología cuántica sin microondas proporciona gran cantidad de ventajas destacables. Una de las características más relevantes, aunque no se observe así a primera vista, se encuentra en su diseño reducido, compacto, esto da lugar a una fácil instalación del mismo, lo que genera muchos menos costes y gastos. Aún con todo esto, es importante recordar que a pesar su tamaño, su rendimiento sigue siendo igual de preciso y veloz. Respecto a la rapidez y velocidad en la respuesta, el sensor tarda en reaccionar menos de 20 nanosegundos [27] a partir de la identificación de la señal fluorescente. Su resistencia superficial es muy alta, lo que implica que puede ser utilizado para mantener una interacción de forma directa con aeronaves que se encuentren en movimiento o utilizarse a distancias excesivamente grandes, sin que esto debilite su funcionalidad. Además, la facilidad de alinear los componentes del sensor durante la producción en serie es otro beneficio destacado. No es necesario reiniciar los sensores ya que no se producen efectos adversos como histéresis o memoria. Por último, cabe resaltar que el sensor cuenta con protección legal, ya que poseemos los derechos de propiedad asociados. En resumen, el sensor de campo magnético basado en tecnología cuántica sin microondas destaca por su formato compacto, su alta velocidad de respuesta, su robustez mecánica

y la facilidad de alineación de sus componentes. Estas características lo convierten en una solución eficiente y rentable para una amplia gama de aplicaciones que requieren detección precisa y confiable de campos magnéticos.

#### 2.5.4. Simulación cuántica

Los simuladores cuánticos son unos elementos capaces de resolver problemas de extrema complejidad que se encuentran más allá de las soluciones ofrecidas por los ordenadores clásicos. Su función se establece sobre la base de los átomos ultrafríos, que son átomos enfriados a temperaturas muy bajas, que se encuentran cerca cero absoluto [28]. Estos átomos son muy utilizados ya que pueden llegar a alcanzar velocidades muy lentas, y es por este motivo que manifiestan comportamientos cuánticos de una forma más notable de lo habitual.

En la actualidad, la utilización de la simulación cuántica solo ha podido ser alcanzada en laboratorios especializados en este ámbito. En la mayor parte de ellos, se han demostrado sus capacidades frente a las que poseen los sistemas clásicos.

Los simuladores cuánticos gozan de una tecnología de la cuál se tienen grandes expectativas de cara al futuro, capaz de abordar problemas de extrema complejidad. Son herramientas de software que se utilizan principalmente para crear y poner a prueba programas cuánticos en un entorno virtual. Este tipo de programas se ejecutan en ordenadores clásicos y actúan como una máquina con la que se pretende llegar al resultado final, cuyos programas están escritos en distintos lenguajes.

El objetivo principal de los simuladores es realizar la función de predecir el comportamiento de los qubits a las diferentes operaciones y ofrecer implementaciones de las operaciones cuánticas necesarias para un algoritmo dado.

El simulador cuántico desempeña un papel fundamental al proporcionar implementaciones de operaciones cuánticas como H (Hadamard), CNOT (Controlled-NOT) y Measure, y en la realización del seguimiento y la administración de los qubits utilizados en los programas cuánticos.

Cada tipo de simulador cuántico puede proporcionar diferentes implementaciones de las operaciones cuánticas. Por ejemplo, el simulador de estado completo realiza una simulación completa del vector de estado cuántico para ejecutar el algoritmo cuántico. Por otra parte, el simulador de seguimiento de recursos cuánticos no tiene en cuenta el estado cuántico real, sino que realiza un seguimiento del uso de puertas cuánticas, qubits y otros recursos utilizados en el algoritmo. Estas diferencias entre los respectivos simuladores permiten elegir la opción dependiendo de los requisitos del propio algoritmo y los recursos que haya disponibles en el entorno de simulación.



Fig. 2.13. Atos Quantum Learning Machine (QLM) [29].

## Ventajas

La simulación cuántica [21] es una tecnología que provoca un gran interés y que proporciona la posibilidad de diseñar el comportamiento de sistemas complejos de una forma muy precisa. A diferencia de los ordenadores clásicos, que solo pueden realizar aproximaciones y algunas predicciones sobre el comportamiento de componentes naturales, los simuladores cuánticos tienen la capacidad de representar de forma realista, rápida y directa el comportamiento de los mismos componentes.

El modelo del comportamiento de los elementos naturales se suele realizar a través de unos ordenadores muy complejos, simulando los elementos como la creación de moléculas complementarias o la creación de nuevos materiales. Sin embargo, con los simuladores cuánticos, este diseño se realiza utilizando el menor número de componentes que se quiere simular, es decir, realizar una simulación eficiente del comportamiento de una molécula, ya que las partículas elementales que conforman el simulador, son exactamente las mismas que modelan la molécula.

Las aplicaciones [21] que tiene la simulación cuántica son innumerables y se considera que un futuro serán de gran utilidad. Permiten realizar avances en la creación de nuevos

materiales, para crear medicamentos más efectivos, ya que con la simulación es posible comprender mejor la interacción que existe entre las diferentes moléculas que componen un material. Esta tecnología también ayuda a comprender los fenómenos cuánticos con una mayor facilidad.

### 2.5.5. Computación Cuántica

En los últimos años, ha aparecido una nueva tecnología conocida como computación cuántica, dada la necesidad, de realizar el intercambio de información a través de medios no seguros.

El avance de esta tecnología es una completa amenaza para todas las tecnologías clásicas, que en la actualidad tienen la función de proteger el tráfico de información ante posibles ataques.

Los ordenadores cuánticos o también llamadas computadoras cuánticas [30], representan la innovación, ya que tienen una gran capacidad para aprovechar los principios que establece la mecánica cuántica para mejorar sus funciones de procesamiento. En lugar de utilizar bits que usan los ordenadores clásicos, utilizan los ya mencionados qubits.

La principal diferencia entre los qubits y los bits clásicos se encuentra en su capacidad para poder encontrarse en múltiples estados al mismo tiempo. Esta propiedad, que se conoce como superposición cuántica, permite que los qubits representen y manipulen una mayor cantidad de información y combinaciones que los bits clásicos. A través de la superposición y la interferencia, que es otra propiedad muy útil en física cuántica, las computadoras cuánticas pueden explorar y percibir muchas soluciones de forma simultánea, lo que como es lógico proporciona una mayor velocidad a la hora de alcanzar las soluciones de problemas demasiado complejos.



Fig. 2.14. Computación Cuántica-Investigación fármacos [31].

Las computadoras cuánticas, aún se encuentran en exploración. Un gran número de investigadores están trabajando en el desarrollo de diferentes algoritmos y tecnologías para conseguir mejorar las prestaciones y el rendimiento de esos sistemas. Además, también se está intentando alcanzar un punto para que estas tecnologías gozen de una total seguridad.

Se espera que un futuro próximo, esta invención sea capaz de proporcionar un cambio y de revolucionar la simulación de los sistemas complejos, la criptografía, la inteligencia artificial y la optimización de procesos. Existen aún muchos caminos entrelazados y retos que resolver, para obtener la mejor versión de esta tecnología.

Las computadoras cuánticas son la representación de la separación entre la resolución de los problemas y la capacidad de procesamiento de información. De nuevo esta tecnología, establece sus principios y su base en la mecánica cuántica.

También, cabe destacar, el desarrollo de aplicaciones de defensa para lograr frenar los ataques cuánticos conocidos y poder garantizar seguridad en la transmisión de datos e información.

## **Ventajas**

La computación cuántica no deja de generar grandes expectativas en su desarrollo y crecimiento. Ya que se espera que cause un gran impacto en la vida cotidiana de todas las personas.

La capacidad de predicción [30] es una de las grandes ventajas de la computación cuántica. Esta herramienta le da una mayor velocidad al proceso de predicción en campos como la ingeniería, el marketing, la física, entre otros, y proporciona conjuntos de datos estadísticos de manera precisa y veloz.

Además, destaca por su habilidad para preservar y procesar elevadas cantidades de información de manera más eficiente y rápida, lo que ayuda a mejorar las capacidades de almacenamiento de los sistemas.

## **Desventajas**

La informática cuántica supone afrontar retos y desafíos muy considerables [30], más referido a términos de estabilidad, desarrollo de algoritmos realmente eficientes y la respectiva complejidad técnica que esto conlleva.

Para superar todos los desafíos serán necesarios más avances en tecnologías cuánticas, experiencia en este ámbito, y programación de diferentes sistemas cuánticos.

Uno de los retos de mayor relevancia es la falta de hardware adecuado para la computación cuántica, ya que a medida que los problemas se vuelven más complejos, es necesario un mayor número de qubits y con un número tan grande de qubits es mucho más difícil mantener la coherencia cuántica para realizar cálculos precisos.

También hay que tener en consideración, que en algunas ocasiones existe una cierta magnificación de las capacidades de la computación cuántica.

Existen expertos, como es el caso de Scott Aaronson que consideran que las capacidades de la computación cuántica tiene sus límites, lo cuál quiere decir que esta tecnología no va a tener las capacidades suficientes para poder resolver todos los desafíos e inconvenientes que surjan en la humanidad.

Además, existe una gran probabilidad [21] de que la idea de la computación cuántica no

se pueda aplicar a todos los tipos existentes de problemas. Por lo tanto, será necesario seguir realizando estudios y estimaciones para poder ver realmente hasta donde es capaz de llegar esta tecnología.

### **3. APLICACIONES FUTURAS TECNOLOGÍAS CUÁNTICAS**

La computación cuántica será una amenaza para la ciberseguridad actual, ya que los ordenadores cuánticos poseen capacidades extremas para vulnerar completamente, la criptografía que a día de hoy protege todos los tipos de comunicaciones.

En un futuro próximo, la computación cuántica proporcionará una gran ayuda y será la solución a gran parte de los problemas de la vida cotidiana.

En el sector energético, puede ser muy útil a la hora de buscar fuentes de energía con grandes alternativas como puede ser el modelado de moléculas y materiales a nivel atómico. También, proporcionará gran ayuda, en la búsqueda de procesos de producción de energía. En el caso de la optimización de sistemas energéticos, la computación cuántica tendría la capacidad de resolver los problemas existentes con la gestión de la demanda, la distribución de energía o el desarrollo de redes eléctricas.

En el campo de la medicina, tiene aplicaciones muy demandadas, destacando en el desarrollo de nuevos medicamentos, ya que con esta tecnología se pueden realizar diagnósticos mucho más precisos que con las tecnologías clásicas.

En el área financiera, proporcionará beneficios en temas de seguridad de cuentas, análisis de riesgos y optimización de otros recursos importantes.

En campos como el transporte o la logística, la computación cuántica puede conseguir optimizar el tráfico, las diferentes rutas de transporte de mercancías, etc.

En la ingeniería aeronáutica, la computación cuántica se utiliza para el diseño de diferentes componentes de los aviones como pueden ser las palas de hélices o la creación de nuevos materiales.

## 4. CONCLUSIONES

Finalmente, después de ir analizando tecnología por tecnología, ya se han ido mostrando algunas de las diferencias evidentes entre las Comunicaciones Clásicas y las Comunicaciones Cuánticas. Sin embargo, esta tabla recoge de forma general todos los contrastes entre ambos tipos de sistemas de transmisión de la información:

<b>Comunicaciones</b>	<b>Clásicas</b>	<b>Cuánticas</b>
Base	Bits Clásicos	Qubits
Seguridad	Algoritmos de Criptografía clásicos	Mayor nivel de seguridad (Principios Mecánica Cuántica)
Canal de transmisión	Medios físicos clásicos (Ej. Fibra óptica)	Medios físicos más complejos (Ej. Fibras óptica cuántica)
Velocidad de transmisión	Muy Alta (gigabits/segundo)	Más Alta que la clásica (qubit transporta más información que un bit)
Codificación	En forma de bits	En forma de estados Cuánticos

Teniendo en cuenta las variaciones existentes entre ambos tipos de comunicaciones, se puede concluir que las comunicaciones cuánticas lograrán resolver en un futuro muchos de los problemas complejos existentes en la actualidad, aunque aún debe afrontar gran cantidad de retos y desafíos considerables.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Pastor-Gómez, «Mecánica cuántica y cerebro: una revisión crítica,» *Rev Neurol*, vol. 35, n.º 1, págs. 87-94, 2002.
- [2] L. Susskind y A. Friedman, *Quantum mechanics: the theoretical minimum*. Basic Books, 2014.
- [3] U. Leonhardt, *Essential quantum optics: from quantum measurements to black holes*. Cambridge University Press, 2010.
- [4] A. Martínez y H. Villalba, «Detección Homodina con Fuente Láser en la Región del Visible,» *Revista de Física*, vol. 1, n.º 2iB, pág. 1,
- [5] O. Miculicich y E. Massoni, «Generación de estados de Fock Bimodales,» *REVICIUNI*, vol. 14, n.º 2, págs. 49-53, 2011.
- [6] I. M. Greca y V. E. Herscovitz, «Construyendo significados en mecánica cuántica: fundamentación y resultados de una propuesta innovadora para su introducción en el nivel universitario,» *Enseñanza de las ciencias. Barcelona, Espanha. Vol. 20, no. 2 (abr./jun. 2002)*, p. 327-338, 2002.
- [7] C. S. Medina Rivera, 2011.
- [8] Química, *Operador Hermítico*, [https://www.quimica.es/enciclopedia/Operador\\_hermítico.html](https://www.quimica.es/enciclopedia/Operador_hermítico.html), 2009.
- [9] Notación de Dirac, *La notación bra-ket de Dirac*, <http://la-mecanica-cuantica.blogspot.com/2009/08/la-notacion-bra-ket-de-dirac.html>, 2009.
- [10] I. Marrero, «Espacios de Hilbert,» *Análisis funcional. Universidad de La Laguna*, 2011.
- [11] Química, *Operador Hermítico*, [https://www.quimica.es/enciclopedia/Operador\\_hermítico.html](https://www.quimica.es/enciclopedia/Operador_hermítico.html), [Accessed: May 9th, 2023], 2023.
- [12] D. R. Terno, «Two roles of relativistic spin operators,» *Physical Review A*, vol. 67, n.º 1, pág. 014 102, 2003.
- [13] A. Abragam, *The principles of nuclear magnetism*. Oxford university press, 1961.
- [14] M. E. Nonaka, M. B. Agüero, A. A. Hnilo y M. G. Kovalsky, «Desarrollo en lab-view y matlab para el control y automatización de experimentos en óptica cuántica,» en *Anales (Asociación Física Argentina)*, SciELO Argentina, vol. 31, 2020, págs. 62-66.
- [15] NeoFronteras, «El Experimento Mental de la Caja de Schrödinger,» jul. de 2010, Se confirma la regla de Born. dirección: <https://neofronteras.com/?p=3205>.

- [16] A. Coca Santillana, «Transmisión y contrastación de preconcepciones temáticas en las teorías de heisenberg y Schrödinger en la emergencia de la mecánica cuántica,»
- [17] Homg, *Campo Bosónico*, [https://hmgong.es/wiki/Bosonic\\_field](https://hmgong.es/wiki/Bosonic_field), 2009.
- [18] Equipos y laborarorio, *Energía del Punto Cero*, <https://www.equiposylaboratorio.com/portal/articulo-ampliado/energia-del-punto-cero>, 2009.
- [19] E. M. Fierro, *Los estados coherentes en la descripción semiclásica de la mecánica cuántica*. Universidad de La Laguna (Canary Islands, Spain), 2004.
- [20] Arsat, *Comunicaciones Seguras: Métodos Cuánticos y Poscuánticos 2022*, <https://www.arsat.com.ar/multimedia/comunicaciones-seguras/>, 2022.
- [21] Ametic, «La España Cuántica: Una aproximación Empresarial,» mayo de 2019. dirección: [https://ametic.es/sites/default/files/la\\_espana\\_cuantica\\_-\\_una\\_aproximacion\\_empresarial.pdf](https://ametic.es/sites/default/files/la_espana_cuantica_-_una_aproximacion_empresarial.pdf).
- [22] Acens, *DISTRIBUCIÓN CUÁNTICA DE CLAVES*, <https://blog.acens.com/general/tecnologias-alternativas-contrasenas/>, 2023.
- [23] A. S. ARANCIBIA, «SENSORES CUÁNTICOS,» mar. de 2023. dirección: <https://andressilva.blog/2023/03/20/sensores-cuanticos/>.
- [24] Levante, *Un sensor cuántico revoluciona la arqueología, la geología y la seguridad*, <https://www.levante-emv.com/tendencias21/2022/03/01/sensor-cuatico-revoluciona-arqueologia-geologia-63293428.html>, 2022.
- [25] Instrumentos del Sur, *Sensores cuánticos – Radiación Fotosintéticamente Activa (PAR o PPF)*, <https://www.idelsur.com/?p=3644>.
- [26] M. Lanzagorta, «Procesamiento Cuántico para Redes de Sensores,» dirección: <https://sg.com.mx/revista/58/procesamiento-cuatico-para-redes-de-sensores>.
- [27] Duotec, *Tecnología de sensores cuánticos: Potencial inconmensurable*, <https://duotec.net/es/nextsolutions/tecnologia-de-sensores-cuanticos/>, 2023.
- [28] Alessio Celi, *Simulación Cuántica*, <https://quantum-cat.cat/es/simulacion-cuantica/>.
- [29] ComputerWorld, «Nuevo simulador cuántico de 40-Qubit de Atos,» jul. de 2017. dirección: <https://www.computerworld.es/tecnologia/nuevo-simulador-cuatico-de-40qubit-de-atos>.
- [30] Coworkings, *Que es la computación cuántica: características y ventajas*, <https://coworkings.co/que-es-la-computacion-cuantica-caracteristicas-y-ventajas/>, 2023.

- [31] A. I. Fraga, «La computación cuántica, al servicio del descubrimiento de nuevos fármacos,» mar. de 2021. dirección: [https://www.elespanol.com/invertia/disruptores-innovadores/innovadores/empresas/20210305/computacion-cuantica-servicio-descubrimiento-nuevos-farmacos/563194780\\_0.html](https://www.elespanol.com/invertia/disruptores-innovadores/innovadores/empresas/20210305/computacion-cuantica-servicio-descubrimiento-nuevos-farmacos/563194780_0.html).