

# Radar cuántico para la detección de *space debris* en órbitas LEO

Carnoto, Isabel <sup>1,\*</sup>, García, Luis Enrique <sup>1</sup>, Fajardo, Pablo <sup>1</sup>, Pulido, Rosa M<sup>a</sup> <sup>2</sup>, Morales, Francisco Javier <sup>2</sup>, Cabrero, Juan Francisco <sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Universidad Carlos III de Madrid (UC3M). Avda. Universidad 30, 28911. Leganés.

<sup>2</sup> Ingeniería de Sistemas para la Defensa de España (ISDEFE). Calle Beatriz de Bobadilla, 3. 28040. Madrid.

<sup>3</sup> Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA). Carretera de Ajalvir, Km 4. 28850. Madrid.

\* Autor Principal y responsable del trabajo; [100367486@alumnos.uc3m.es](mailto:100367486@alumnos.uc3m.es) : (C, I)

---

**Resumen:** Este artículo presenta las bases teóricas que se utilizarán para desarrollar un emulador de un radar cuántico para la detección de *space debris* en órbitas LEO. Estos objetos, que en algún momento formaron parte de una nave espacial, ya no cumplen una función y representan un grave riesgo para los satélites activos. Agencias espaciales están tomando medidas para tratar de contener estos problemas utilizando radares en tierra, telescopios ópticos y sistemas láser para intentar detectar objetos con un tamaño mayor a 5-10 cm en órbitas LEO. Se introducen también los conceptos de radar clásico monoestático y de radar cuántico basado en la propiedad de entrelazamiento. El objetivo es emular este último para así evaluar sus prestaciones, ya que existe una gran esperanza en que las propiedades de los fotones entrelazados permitirán sobrepasar el límite clásico de rango y resolución. Aunque se ha vuelto claro que los estados entrelazados son muy frágiles y podrían fácilmente ser destruidos al propagarse hacia el blanco y de vuelta, existe el concepto de *Quantum Illumination*, el cual mantiene la creencia de que a pesar de que el estado entrelazado se destruya, aún queda una cierta dependencia mutua llamada correlación cuántica, la cual permite extraer información sobre el blanco que refleja la señal. Por último, se comentan el diseño del radar cuántico que se emulará, definiendo el transmisor, canal y receptor, y las conclusiones.

**Palabras clave:** Radar, Cuántico, Entrelazamiento, Fotón, Correlación.

---

## 1. Introducción

La basura espacial, o *space debris* está compuesta de objetos hechos por el hombre que en algún momento formaron parte de una nave espacial y que orbitan la tierra. Estos objetos ya no cumplen una función y representan un grave riesgo para los satélites activos y para las misiones espaciales.

Estos objetos en órbita podrían colisionar entre ellos o con una nave activa o incluso volver a entrar en la atmósfera. En el primer caso, como la basura espacial viaja a una velocidad de decenas de km/s, en órbita terrestre baja (LEO, 150-2.000 km), una colisión causaría muy probablemente la fragmentación de esta, aumentando la cantidad de desperdicios en órbita. Para el segundo caso, objetos muy grandes, que no pueden ser vaporizados por completo por la atmósfera durante el proceso de reingreso, tienen una pequeña probabilidad de alcanzar zonas pobladas de la tierra.

Debido a estos riesgos, agencias espaciales alrededor del mundo están tomando medidas para tratar de contener estos problemas [1].

### 1.1 Radar clásico

A continuación, se hace una descripción conceptual de un sistema de radar monoestático. El transmisor envía un pulso electromagnético hacia un objetivo que se encuentra en el aire a una distancia  $R$ . El objetivo refleja parcialmente dicho pulso de vuelta hacia el receptor. Se puede calcular la distancia hasta el objetivo a partir del tiempo  $\Delta t$  que le toma al pulso ser transmitido, reflejado y recibido, como se muestra en la ecuación (1)

$$R = v \frac{\Delta t}{2} \quad (1)$$

Donde  $v$  es la velocidad de la luz en el medio. Sin embargo, esta ecuación no sirve para conocer qué tan fuerte o débil será la señal recibida.

La potencia de la señal recibida viene dada por la ecuación del radar (2)

$$P_R = \frac{P_T G_T A_R \sigma F^4}{(4\pi)^2 R^4} \quad (2)$$

Donde  $P_T$  y  $G_T$  son la potencia y la ganancia del transmisor, y  $P_R$  y  $A_R$  son la potencia y la apertura del receptor, respectivamente.  $\sigma$  es la sección transversal del radar y  $F$  es un factor que mide la transparencia del espacio entre el radar y el objetivo, este puede escribirse como:

$$F = e^{-\chi_c \frac{R}{2}} \quad (3)$$

Donde  $\chi_c$  es el coeficiente de atenuación debido a la absorción y a la dispersión.

Para calcular el máximo rango de detección se debe considerar el ruido térmico, ya que los radares son sensibles a este. La potencia de ruido viene dada por la ecuación (4)

$$N_T = k_B T_e B \quad (4)$$

Donde  $k_B$  es la constante de Boltzman,  $T_e$  la temperatura efectiva y  $B$  el ancho de banda del receptor.

Calculando la  $SNR$  como (5)

$$SNR = \frac{P_R}{N_T} \quad (5)$$

Se puede obtener el máximo rango de detección (6)

$$R_{max} \approx \left( \frac{P_T G_T G_R \lambda^2 \sigma F^4}{(4\pi)^3 k_B T_e B SNR_{min}} \right)^{1/4} \quad (6)$$

Donde se expresa la apertura de la antena receptora en función de su ganancia  $G_R = \frac{4\pi A_R}{\lambda^2}$  y el valor de la  $SNR_{min}$  se considera entre 10 y 20 dB [2].

## 1.2 Radar cuántico

Al igual que en el caso del radar clásico, el radar cuántico también realiza una comparación entre la señal originalmente transmitida y la reflejada por el objetivo. Sin embargo, en este caso no se utilizan pulsos electromagnéticos, sino fotones entrelazados.

El entrelazamiento cuántico es una propiedad clave de la mecánica cuántica. Esta afirma que un par de partículas emitidas por la misma fuente bajo la condición de entrelazamiento muestran características correlacionadas que se preservan, aunque estas se alejen una de la otra, de tal manera que al medir una de ellas el estado opuesto se podrá observar en la otra, de manera inmediata. Este fenómeno se basa en que no se puede extraer información de una de las partículas sin alterar la otra. La máxima información que puede ser extraída es la del sistema conjunto. Este fenómeno no tiene análogo clásico [7].

La presente descripción del radar cuántico está basada en *Quantum Illumination*, un protocolo cuántico para la detección de objetivos introducido por [6]. El radar cuántico consiste en generar una pareja de fotones entrelazados, transmitir uno de ellos hacia el objetivo y mantener el otro como referencia. El fotón transmitido se utiliza para interrogar una región distante en la que se sospecha que puede haber un objetivo. Si hay un objeto presente, el fotón será reflejado y recibido por el radar, de lo contrario solo se recibirán fotones de ruido. Cada fotón recibido se compara con el de referencia aplicando una medida conjunta. Las correlaciones causadas por el entrelazamiento dan información que puede ser utilizada para distinguir probabilísticamente entre los fotones reflejados y el ruido cuando el proceso se repite múltiples veces [8].

Existe una gran esperanza en que las propiedades de los fotones entrelazados permitirán sobrepasar el límite clásico de rango y resolución, sin embargo, se ha vuelto claro que los estados entrelazados son muy frágiles y podrían fácilmente ser destruidos al propagarse hacia el objetivo y de vuelta. Sin embargo, el protocolo de *quantum illumination* mantiene la creencia de que a pesar de que el estado entrelazado se destruya, aún queda una cierta dependencia mutua llamada correlación cuántica [3]. Es importante mencionar que este es un protocolo solo de detección de objetivos y que hasta la fecha no se ha desarrollado ningún protocolo de alcance eficiente. Se ha comprobado que estos suponen un gran reto y que más investigación es necesaria para lograr diseñar un protocolo cuántico de detección y alcance, sin embargo, ya existen algunas propuestas interesantes comentadas en [5].

## 2. Desarrollo

### 2.1 Transmisor

El transmisor debe ser capaz de generar pares de fotones máximamente entrelazados. Para generarlos se emulará un proceso de SPDC (*spontaneous parametric down-conversion*). Este proceso consiste en hacer incidir un haz de alta frecuencia ( $f_p$ ) en un medio no lineal, lo cual produce dos haces

de menor frecuencia, llamados normalmente haz de señal y haz de referencia (*idler*), de manera que se cumpla la siguiente ecuación:  $f_p = f_s + f_i$ . Este concepto puede verse también como un único fotón que produce otros dos, uno de señal y uno de referencia con frecuencias que cumplen con la conservación de la energía. Este proceso produce un tipo de entrelazamiento conocido como *two-mode squeezing* en el que se aprecia una fuerte correlación entre los campos eléctricos de las señales generadas [4].

Como consecuencia, el estado cuántico que representa estos fotones entrelazados será un estado Gaussiano entrelazado de dos modos conocido como *two-mode squeezed vacuum* (9)

$$|\Psi\rangle_{si} = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{N_s^n}{(N_s + 1)^{n+1}}} |n\rangle_s |n\rangle_i \quad (9)$$

Donde  $N_s$  es el número promedio de fotones y  $|n\rangle_s$  y  $|n\rangle_i$  son los estados de  $n$  fotones de señal y  $n$  fotones de referencia, respectivamente. Calculando la matriz de covarianza (10) del estado se puede evaluar el grado de entrelazamiento entre ambos fotones [5].

$$V = \begin{pmatrix} S & 0 & C_q & 0 \\ 0 & S & 0 & -C_q \\ C_q & 0 & S & 0 \\ 0 & -C_q & 0 & S \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\text{Donde } S = 2N_s + 1 \text{ y } C_q = 2\sqrt{N_s(N_s + 1)}$$

Es importante resaltar que los términos que están fuera de la diagonal de la matriz son los que muestran la correlación existente entre los fotones de señal y los de referencia. Matemáticamente, el entrelazamiento cuántico se entiende como una característica de los estados cuánticos sobre dos variables que no pueden separarse como el producto de dos estados individuales, por ende, la mayoría de los criterios para medir el entrelazamiento de un sistema cuántico se basa en medir la separabilidad de este en el producto de dos componentes individuales. Siguiendo este razonamiento, la condición de entrelazamiento puede expresarse según la ecuación (11)

$$F \equiv (S^2 - C_q^2)^2 - 2S^2 - 2C_q^2 + 1 \quad (11)$$

Si  $F < 0$  el sistema está entrelazado, de lo contrario no hay entrelazamiento [8].

## 2.2 Canal

Los fotones de señal se transmiten hacia una región de altas pérdidas y ruido térmico con el objetivo de distinguir entre dos hipótesis:  $H_0$  (no hay un blanco presente) y  $H_1$  (blanco presente), a partir de medir la luz que llega al receptor.

- 1) Hipótesis  $H_0$ . En este caso solo se medirán fotones de ruido (*thermal states*) según la ecuación (14)

$$\rho_T = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N_T^n}{(N_T + 1)^{n+1}} |n\rangle\langle n| \quad (14)$$

Esto implica que el estado conjunto del sistema es el producto de dos estados térmicos ( $\hat{\rho}_{N_T} \otimes \hat{\rho}_{N_S}$ ) con número promedio de fotones  $N_T$  y  $N_S$ , respectivamente.

En esta situación la matriz de covarianza viene dada por la expresión (15)

$$V_0 = \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S \end{pmatrix} \quad (15)$$

Donde  $B = 2N_T + 1$  y  $S = 2N_s + 1$ . En esta matriz se puede observar que no existe correlación entre los fotones recibidos y los de referencia, ya que la matriz es diagonal. Utilizando la ecuación (11) se observa que el estado no está entrelazado.

$$F_0 = 16N_s N_T (N_s + 1) (N_T + 1) \geq 0$$

- 2) Hipótesis  $H_1$ . Una porción de los fotones de señal se refleja en el blanco y se mezcla con ruido térmico. Para emular este efecto el blanco se modela como un beamsplitter con transmisividad de ida y vuelta entre radar y objetivo  $\kappa \ll 1$ . En este caso la matriz de covarianza es la de la expresión (16)

$$V_1 = \begin{pmatrix} A & 0 & \sqrt{\kappa}C_q & 0 \\ 0 & A & 0 & -\sqrt{\kappa}C_q \\ \sqrt{\kappa}C_q & 0 & S & 0 \\ 0 & -\sqrt{\kappa}C_q & 0 & S \end{pmatrix} \quad (16)$$

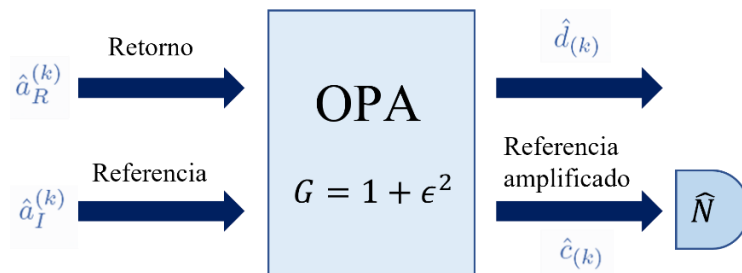
Donde  $A = 2(\kappa N_s + N_T) + 1$  y  $C_q = 2\sqrt{N_s(N_s + 1)}$ . El criterio de separabilidad es el de la ecuación (17)

$$F_1 = -16N_s(N_s + 1)(\kappa - N_T) (N_T + 1) \quad (17)$$

En la expresión (17) se puede observar que incluso si hay un blanco presente los fotones resultan no entrelazados para valores de  $\kappa < N_T$ , el cual será el caso casi siempre. Sin embargo, aunque el entrelazamiento inicial se encuentre completamente destruido por pérdidas y ruido en el canal, las correlaciones que sobreviven entre la señal recibida y la de referencia son suficientes para dar una ventaja al sistema cuántico [8].

### 2.3 Receptor

Con el fin de discriminar entre las dos hipótesis se utilizará el receptor propuesto por Guha y Erkmen [9], el cual mapea la correlación cruzada a un conteo de fotones. Este receptor usa un amplificador óptico paramétrico (OPA) para realizar las transformaciones (18a) y (18b) que se ven en la figura 1.



**Figura 1.** Representación esquemática del OPA receptor [5].

$$\hat{c}_{(k)} = \sqrt{G}\hat{a}_I^{(k)} + \sqrt{G-1}\hat{a}_R^{\dagger(k)} \quad (18a)$$

$$\hat{d}_{(k)} = \sqrt{G}\hat{a}_R^{(k)} + \sqrt{G-1}\hat{a}_I^{\dagger(k)} \quad (18b)$$

Donde  $G$  es la ganancia del amplificador,  $\hat{a}_I^{(k)}$  y  $\hat{a}_R^{(k)} = \sqrt{\kappa}\hat{a}_S + \sqrt{1-\kappa}\hat{a}_B$  son los operadores *annihilation* de la señal de referencia y de la de retorno, y  $\hat{a}_B$  se encuentra en un estado térmico. El receptor realiza un conteo de los fotones en el modo de referencia amplificado  $N_k = \langle \hat{c}_{(k)}^\dagger \hat{c}_{(k)} \rangle$ . Bajo ambas hipótesis el modo  $\hat{c}_{(k)}$  se encuentra en un estado térmico y tiene un número promedio de fotones dado por (19a) y (19b)

$$N_0 = GN_S + (G-1)(1+N_B) \quad (19a)$$

$$N_1 = GN_S + (G-1)(1+N_B + \kappa N_S) + 2\sqrt{G(G-1)}\sqrt{\kappa N_S(N_S+1)} \quad (19b)$$

bajo las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , respectivamente. Dadas  $M$  copias del estado de referencia amplificado, la manera óptima de distinguir entre las hipótesis consiste en contar el número total de fotones  $n$  y compararlo con un cierto umbral. La distribución de probabilidad se muestra en la ecuación (20)

$$P_{0/1}(n) = \binom{n+M-1}{n} \frac{(N_{0/1})^n}{(1+N_{0/1})^{n+M}} \quad (20)$$

Debido al teorema central del límite, las funciones  $P_{0/1}(n)$  pueden aproximarse como funciones gaussianas de media  $m_m = MN_m$  y varianza  $\sigma_m^2 = MN_m(N_m+1)$ . Esto reduce el problema de distinguir entre estados cuánticos a distinguir entre dos funciones de probabilidad gaussianas. Finalmente, para distinguir entre hipótesis se usa el valor umbral  $N_{th} = M \frac{(\sigma_1 N_0 + \sigma_0 N_1)}{\sigma_1 + \sigma_0}$ , donde  $\sigma_{0/1}^2 = N_{0/1}(N_{0/1}+1)$ , de forma que se decide  $H_0$  cuando  $n < N_{th}$  y  $H_1$  en caso contrario [9].

### 3. Resultados y discusión

El diseño presentado anteriormente fue implementado en MATLAB y probado utilizando el método de Monte Carlo con dos simulaciones diferentes. En ambas simulaciones se establece un valor de  $M$  y para este se genera una muestra aleatoria de una distribución gaussiana de acuerdo con la hipótesis que se quiera simular,  $H_0$  o  $H_1$ . Este valor aleatorio se toma como el número  $n$  de fotones contados en el receptor tras transmitir  $M$  copias de la señal hacia el posible blanco. El receptor usa el detector de umbral para decidir si ha habido un blanco o no. A partir de los errores de detección cometidos se calcula la probabilidad de error del sistema.

En la primera simulación se varían los valores de  $M$  manteniendo el resto de los parámetros fijos para ver como varía la probabilidad de error con respecto al número de copias de la señal que se transmiten hacia el blanco (Fig. 2 - izquierda). En esta se observan las probabilidades de error de detección teóricas de un radar clásico (azul), de un radar cuántico ideal (rojo), de un radar cuántico con receptor OPA (verde) y la probabilidad de error práctica obtenida a través del método de Monte Carlo (negro). Se puede apreciar que esta última sigue correctamente a la teórica y además, se comprueba que existe una ventaja sobre el sistema clásico.

En la segunda el valor de  $M$  se mantiene constante y varía el número de fotones de señal  $N_S$  para ver la probabilidad de error en función de la relación señal a ruido (SNR) (Fig. 2 - derecha). En esta se observan las probabilidades de error de detección teóricas de un radar clásico (azul), de un radar cuántico ideal (rojo), y la probabilidad de error práctica obtenida a través del método de Monte Carlo

(negro), pero en este caso en función de la SNR. Se puede observar que en el régimen de señal de baja potencia el radar cuántico tiene una menor probabilidad de error. Esta ventaja proviene de la información extra, aportada por el entrelazamiento, que puede ser extraída de la pequeña cantidad de fotones que se reciben [8].

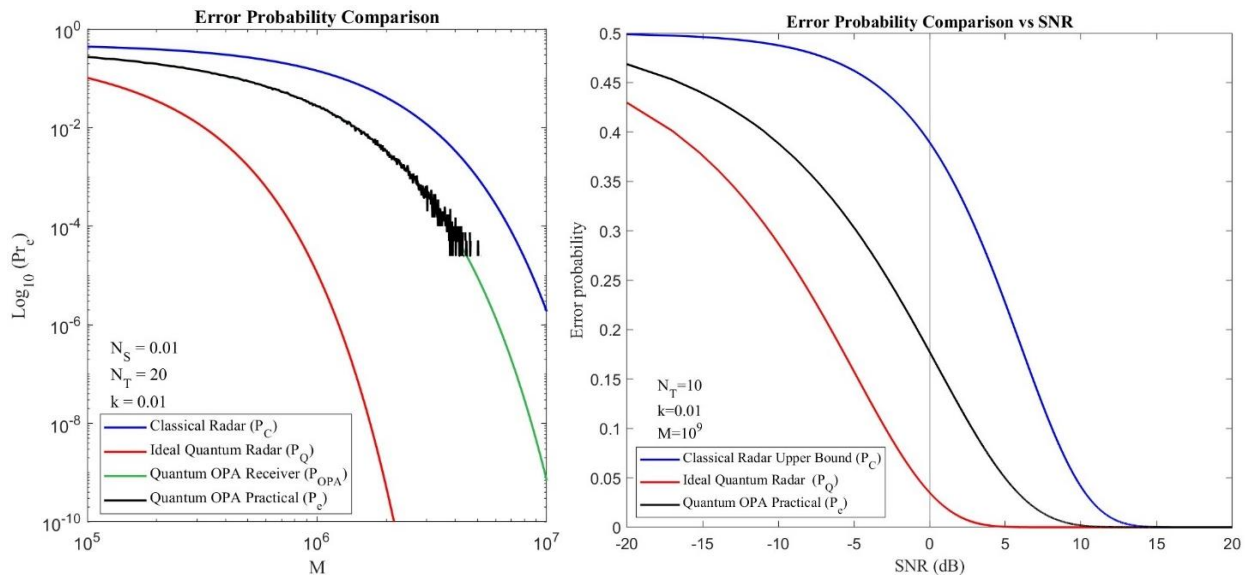


Figura 2. Comparación de las probabilidades de error.

#### 4. Conclusiones

En este artículo se ha discutido cómo la propiedad del entrelazamiento puede mejorar la detección de un blanco que se encuentra en un ambiente con fuerte ruido térmico y altas pérdidas. Se ha mostrado que aplicando el protocolo de *quantum illumination* se puede reducir la probabilidad de error de detección para señales de baja potencia y que la ventaja del sistema cuántico disminuye a medida que aumenta el número de fotones de señal. Se puede decir que la verdadera ventaja del radar cuántico es detectar blancos usando menos potencia [8].

Es importante también mencionar las limitaciones. El proceso de SPDC usado para producir los fotones entrelazados se encuentra limitado por el producto *time-bandwidth* el cual da el máximo número de copias  $M$  del estado que se pueden generar. A frecuencias ópticas este puede llegar a ser alrededor de  $10^6$ , sin embargo, a frecuencias de microondas, para lograr un valor tan alto la duración del pulso transmitido tendría que ser demasiado larga. Esto implica que el blanco se estaría moviendo mientras la región del espacio es interrogada por la señal, causando un retardo variable en la señal de retorno [5].

Otra limitación sería la complejidad de los dispositivos que se necesitan para el radar cuántico. Por ejemplo, es necesario almacenar el fotón de referencia hasta que regrese la señal reflejada en el blanco. Un dispositivo con pérdidas podría destruir el entrelazamiento, dificultando el proceso. Además, el tiempo máximo que se puede almacenar el fotón limita el rango del radar.

Por último, la SNR. La comparación comentada en la sección de simulaciones es válida solo para el mismo valor de SNR, pero no puede concluirse nada sobre otros parámetros del radar, como rango o resolución. Por ejemplo, aunque ambos sistemas tengan una SNR de 12 dB puede ocurrir que el sistema clásico, implementado con componentes de bajo ruido, tenga un alcance de 2 km, mientras que el cuántico, implementado con componentes ruidosos, tenga uno de 15 m [8].

Pese a estas limitaciones hay aplicaciones para las que el radar cuántico puede significar una ventaja importante. Por ejemplo, aplicaciones militares como la detección de adversarios con señales de baja potencia para reducir la probabilidad de que el blanco sea consciente de la detección, o aplicaciones en satélites, como un radar para basura espacial, donde la energía es un recurso importante.

Teniendo todo esto en cuenta, puede concluirse que las posibles ventajas que ofrecen los radares cuánticos son suficientes para justificar que se continúe investigando sobre el tema y para mantener una discusión abierta sobre estos.

### Agradecimientos

A ISDEFE por el soporte económico a los estudiantes para la realización de este trabajo.

### Referencias

1. Muntoni *et al.* Appl Sci (Basel) [Internet]. 2021;11(4):1364. Available from: <https://www.mdpi.com/2076-3417/11/4/1364>
2. Lanzagorta M. Quantum Radar. San Rafael, CA: Morgan & Claypool; 2011
3. Lukin K. IEEE Aerosp Electron Syst Mag [Internet]. 2020;35(11):30–6. Available from: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9250415>
4. Chang *et al.* Appl Phys Lett [Internet]. 2019 [cited 2022 Sep 5];114(11):112601. Available from: <http://arxiv.org/abs/1812.03778>
5. Sorelli *et al.* IEEE Aerosp Electron Syst Mag [Internet]. 2022;37(5):68–90. Available from: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9656549>
6. Tan S. Quantum state discrimination with bosonic channels and Gaussian states. Massachusetts Institute of Technology [Internet]. 2010. <http://hdl.handle.net/1721.1/79253>
7. Cariolaro G. Quantum Communications. 2015th ed. Cham, Switzerland: Springer International Publishing; 2015.
8. Lanzagorta *et al.* IEEE Aerosp Electron Syst Mag [Internet]. 2020;35(11):38–56. Available from: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9250417>
9. Guha S, Erkmen BI. Gaussian-state quantum-illumination receivers for target detection [Internet]. arXiv [quant-ph]. 2009. Available from: <http://arxiv.org/abs/0911.0950>